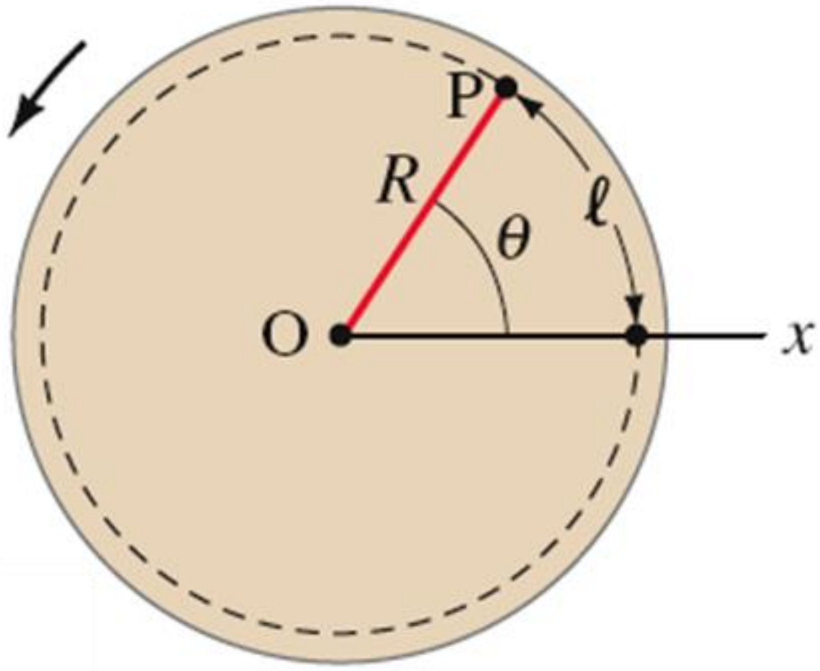
Hoofdstuk 10: Rotatie om een vaste as

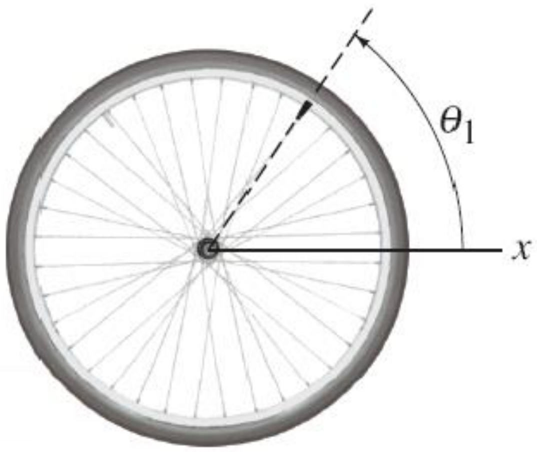
Hoekverplaatsing – hoeksnelheid - hoekversnelling

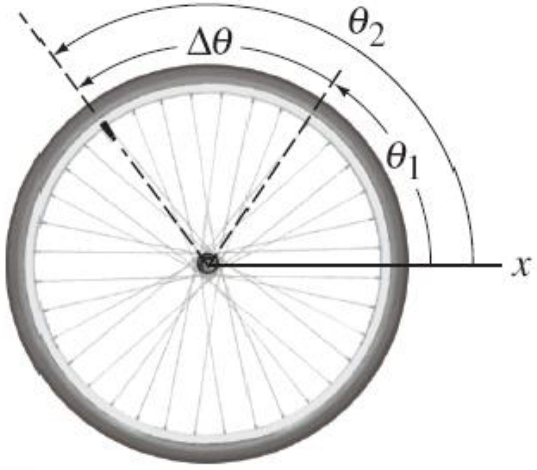
- Hoekverplaatsing van elk punt van het voorwerp (zuivere rotatie van een star lichaam):

$$\theta = \frac{\ell}{R}$$



Definitie van de radiaal!





Hoekverplaatsing:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 .$$

Gemiddelde hoeksnelheid:

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} .$$

Momentane hoeksnelheid:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} .$$

- Gemiddelde en momentane hoeksnelheid van elk punt van het draaiende lichaam:

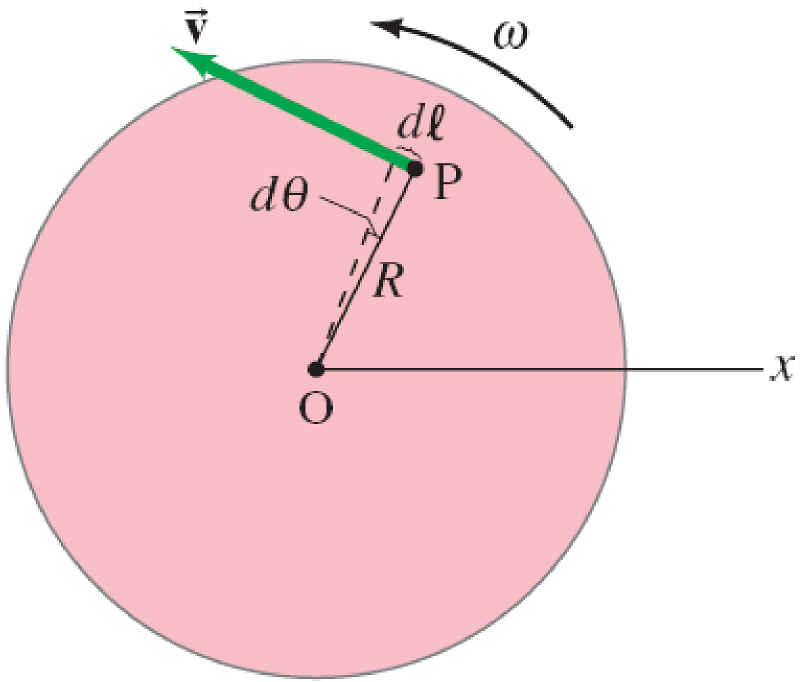
$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad ; \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- Gemiddelde en momentane hoekversnelling van elk punt:

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad ; \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

- Hoekverplaatsing, hoeksnelheid en hoekversnelling zijn gelijk voor alle punten van het lichaam!

Verband met lineaire snelheid



$$\ell = R\theta \Rightarrow \frac{d\ell}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = R\omega$$

Lineair	*Soort*	*Rotationeel*	*Relatie (θ in radialen)*
x	Verplaatsing	θ	$x = R\theta$
v	Snelheid	ω	$v = R\omega$
a_{tan}	Versnelling	α	$a_{\text{tan}} = R\alpha$

Hoeksnelheid en rotatiefrequentie

$$1 \text{ omw/s} = 2\pi \text{ rad/s} = 1Hz$$

Frequentie *f*

$$\rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \quad ; \quad \omega = 2\pi f$$

Periode *T*

$$T = \frac{1}{f}$$

Vectoriële aard van rotatiegrootheden (10.2)

- Enige richting die vast met de rotatie kan verbonden worden: richting van de rotatie-as

- Welke zin kiezen voor $\vec{\omega}$: Rechterhandregel (of rechtse schroef)

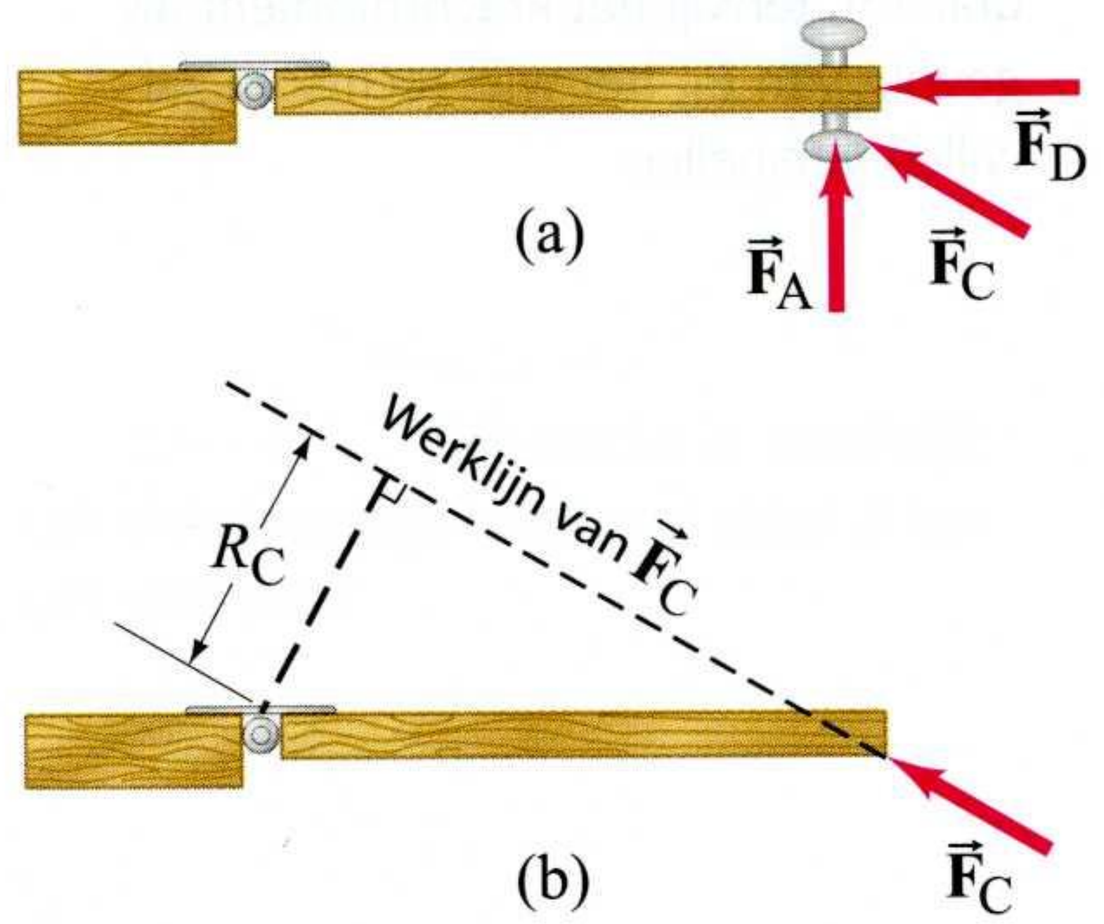
- Richting van $\vec{\alpha}$: ook langs de rotatie-as, + of – afhankelijk van draaizin en versnelling of vertraging

Krachtmoment (10.4)

- **Doel**: dynamica van rotatie
- Rotatie-equivalent van de eerste wet van Newton: een vrij draaiend lichaam blijft draaien met een constante hoeksnelheid als er geen krachten (krachtmomenten) op inwerken
- **Tweede wet van Newton voor rotatiebewegingen?**

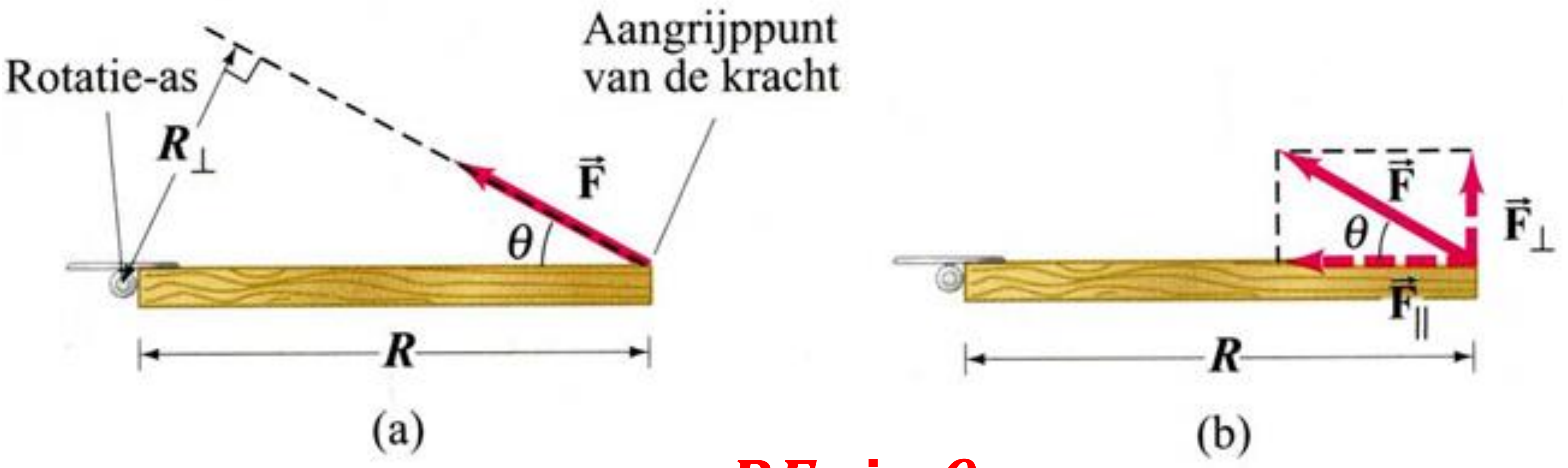
Definitie van krachtmoment

- Gemak om een deur te openen:



Definitie van krachtmoment

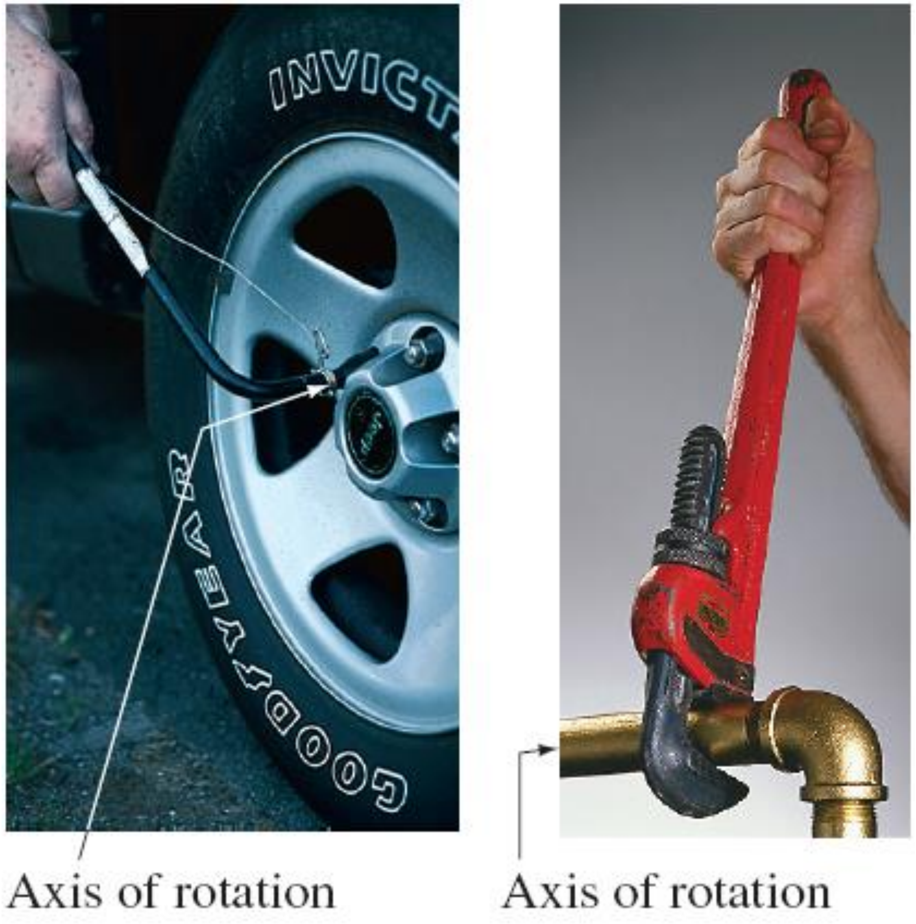
- Arm = loodrechte afstand van de werklijn van de kracht tot de rotatie-as (= de kortste afstand tussen het verlengde van de krachtvector en de rotatie-as):



$$\tau = RF\sin\theta$$

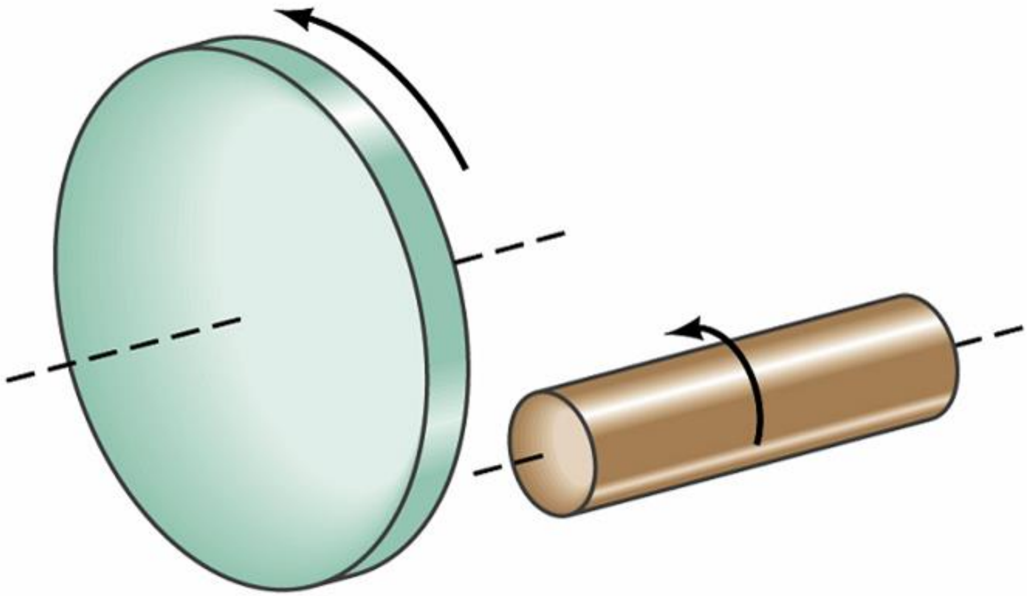
Eenheid van krachtmoment

- Eenheid van τ:
  - kracht x afstand
  - N x m
  - Joule (wordt **NIET** gebruikt voor krachtmomenten, enkel voor energie en arbeid)



2e Wet van Newton voor rotatie om een vaste as

- Translatie: alleen de grootte van de massa is van belang
- Rotatie: massaverdeling is van belang; het traagheidsmoment is afhankelijk van deze massaverdeling



Traagheidsmoment van een vast lichaam

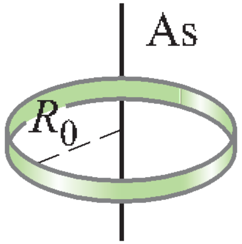
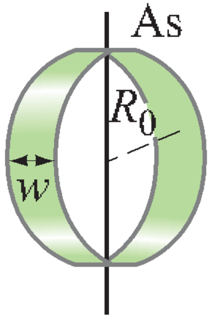
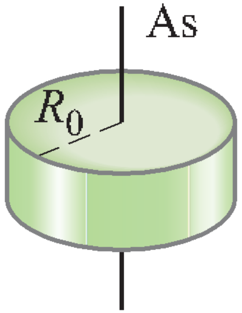
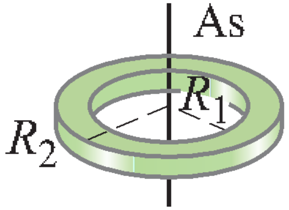
- Voor een verzameling puntmassa's:

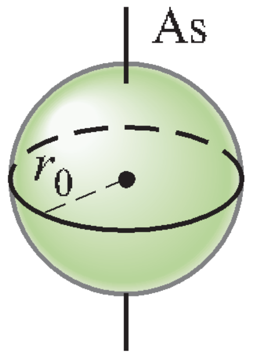
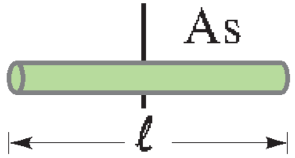
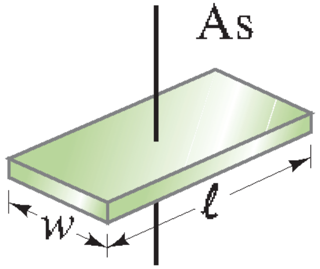
$$\tau = \sum \tau_i = \left(\sum m_i R_i^2\right)\alpha$$

$$I = \sum m_i R_i^2$$

$$\tau = I\alpha$$

- = rotatie-equivalent van de 2e Wet van Newton
- τ = de som van de uitwendige krachtmomenten
- *I* = het traagheidsmoment van het lichaam (eenheid: $kg.m^2$)

	Voorwerp	Locatie van de rotatie-as		Traagheidsmoment
(a)	**Dunne hoepel,** straal R_0	Door middelpunt		MR_0^2
(b)	**Dunne hoepel,** straal R_0 breedte w	Door centrale diameter		$\frac{1}{2}MR_0^2 + \frac{1}{12}Mw^2$
(c)	**Massieve cilinder,** straal R_0	Door middelpunt		$\frac{1}{2}MR_0^2$
(d)	**Holle cilinder,** inwendige straal R_1 uitwendige straal R_2	Door middelpunt		$\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$

(e)	**Homogene bol,** straal r_0	Door middelpunt		$\frac{2}{5}Mr_0^2$
(f)	**Lange homogene stang,** lengte ℓ	Door middelpunt		$\frac{1}{12}M\ell^2$
(g)	**Lange homogene stang,** lengte ℓ	Door uiteinde		$\frac{1}{3}M\ell^2$
(h)	**Rechthoekige dunne plaat,** lengte ℓ, breedte w	Door middelpunt		$\frac{1}{12}M(\ell^2 + w^2)$

Rotationele kinetische energie (10.8)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K = \sum E_{kin} = \sum \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 \right) = \frac{1}{2} \sum m_i \left(\omega R_i \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum m_i R_i^2 \omega^2$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Geldt voor rotatie rond een vaste as!

Rotationele plus translationele beweging; rollen (10.9)

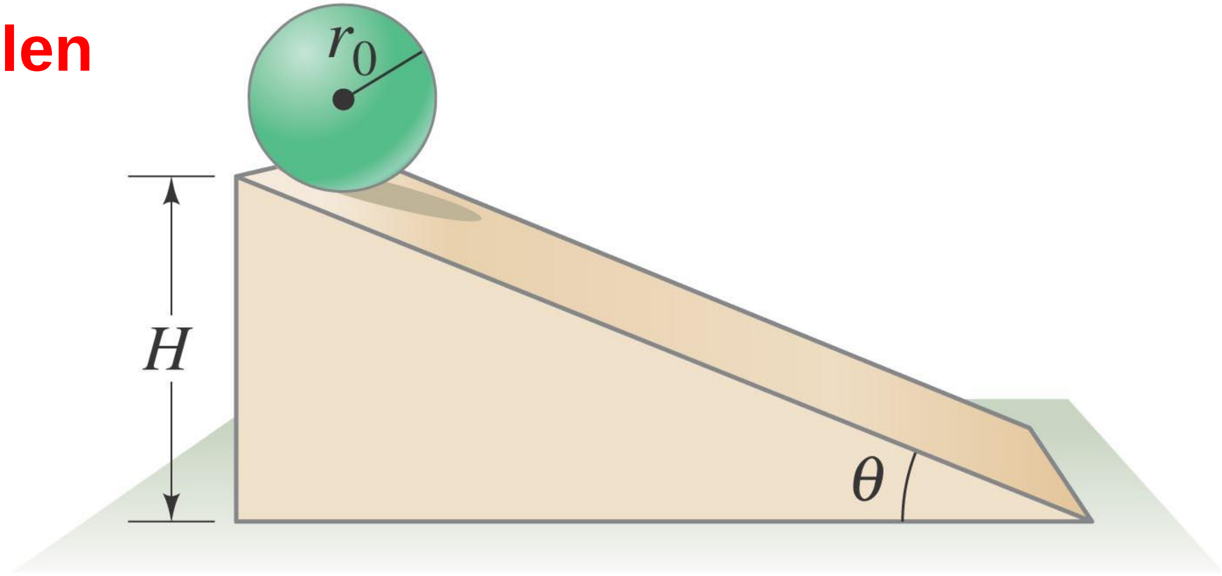
- Rollen zonder slippen:
  - rotatie + translatie
  - Statische wrijving speelt een rol
  - Verband lineaire snelheid en hoeksnelheid (alleen als het voorwerp niet slipt!):

$$v = R\omega$$

Voorbeeld 10.16 Bol die omlaag rolt van een helling

Welke snelheid zal een massieve bol met massa M en straal r_0 hebben wanneer deze zonder slippen onderaan een helling aankomt en bovenaan de helling vanuit rust startte vanaf een verticale hoogte H? Zie fig. 10.33. (Veronderstel dat er geen slip optreedt als gevolg van de statische wrijving, die geen arbeid verricht.) Vergelijk je resultaat met dat voor een voorwerp dat omlaag *glijdt* over een wrijvingsloze helling.

Er is WEL wrijving, anders glijdt de bol naar beneden in plaats van te rollen



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

$$E_{tot} = \frac{1}{2} M v_{MM}^2 + \frac{1}{2} I_{MM} \omega^2 + Mgy$$

$$E\left(boven\right) = E(onder) \Rightarrow 0 + 0 + MgH = \frac{1}{2} M v_{MM}^2 + \frac{1}{2} I_{MM} \omega^2$$

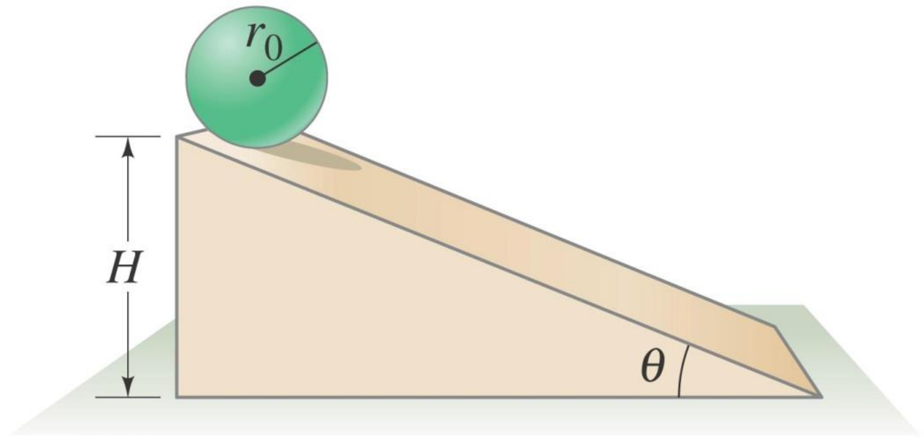
$$I_{MM} = \frac{2}{5} M r_0^2 \quad ; \quad \omega = \frac{v_{MM}}{r_0} (!!!)$$

$$\frac{1}{2} M v_{MM}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} M r_0^2 \left(\frac{v_{MM}}{r_0}\right)^2 = MgH$$

Onafhankelijk van de straal!

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) v_{MM}^2 = gH \Rightarrow v_{MM} = \sqrt{\frac{10}{7} gH}$$

$$\text{Zonder rotatie}: v_{MM} = \sqrt{2gH}$$

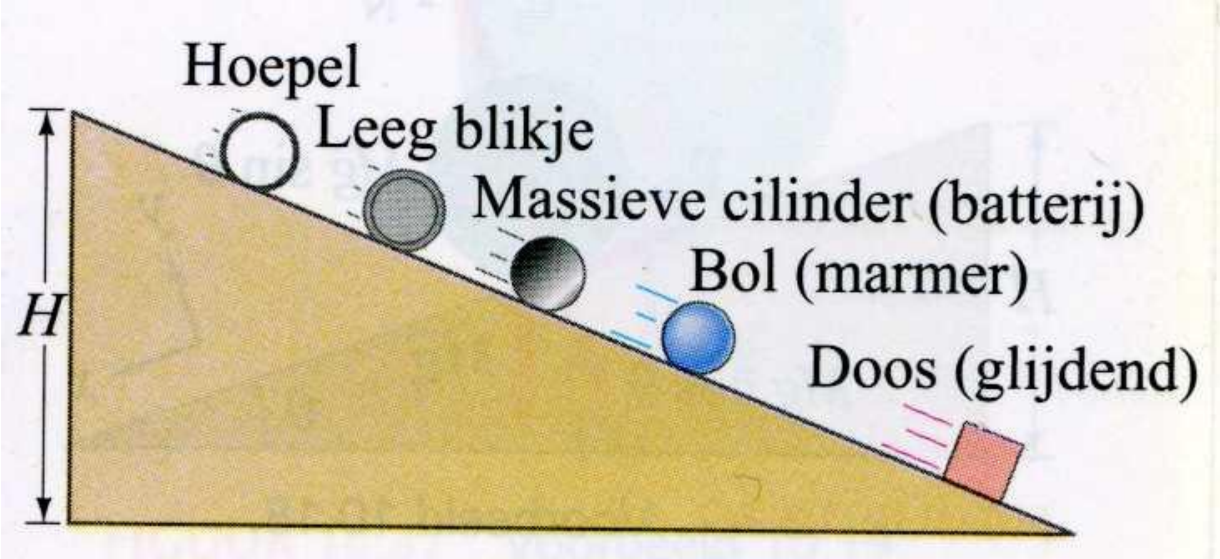


Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Conceptvoorbeeld 10.17 Welke is het snelst?

Verschillende voorwerpen rollen, allemaal vanuit rust, zonder te slippen van een helling met een verticale hoogte *H* omlaag. De voorwerpen zijn een dunne hoepel (bijvoorbeeld een gladde trouwring), een marmeren bol, een massieve cilinder (een AA-batterij) en een leeg conservenblikje. In welke volgorde komen ze onderaan de helling aan? Maak ook een vergelijking met een ingevet doosje dat van dezelfde helling afglijdt, waarbij de wrijving verwaarloosbaar is.

$$MgH = \frac{1}{2} M v_{MM}^2 + \frac{1}{2} I_{MM} \omega^2$$




Quartet

Hoofdstuk 11: Algemene rotatie

Impulsmoment, om een vaste as roterende voorwerpen (11.1)

Analogie tussen impuls p (translatie) en impulsmoment L (rotatie):

$$p = mv \quad ; \quad L = I\omega$$

$\boldsymbol{I}$ = Traagheidsmoment

L = Impulsmoment van rotatie om een vaste as

(eenheid: kg.m^2/s)

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{d\omega}{dt} \\ \sum \tau &= I\alpha \end{aligned}\right\} \sum \tau = I\,\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\left(I\omega\right)}{dt} = \frac{dL}{dt}$$

- Ook geldig als $\boldsymbol{I}$ niet constant is
- Ook geldig voor een systeem van verschillende voorwerpen
- Geldig voor rotatie om een VASTE as
- Geldig voor een bewegende as, maar L en τ moeten dan berekend worden t.o.v. het massamiddelpunt

= tweede wet van Newton voor rotatie om een vaste as

Behoud van impulsmoment

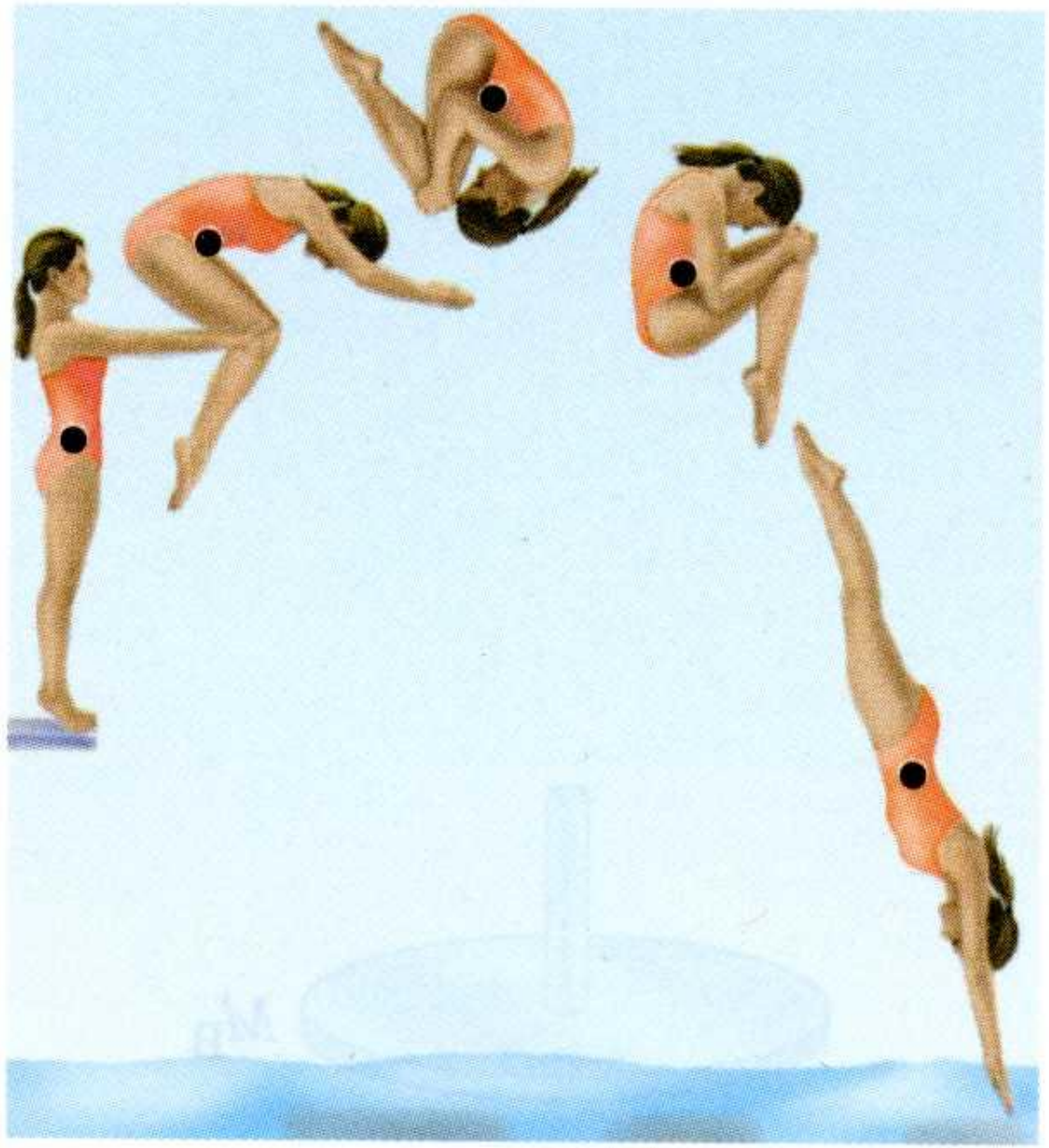
$$\sum \tau = 0$$

$$\rightarrow \frac{dL}{dt} = 0 \ \text{ en } \ L = I\omega = \ \text{constant}$$

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \text{en} \quad L = I\omega = \text{constant.} \qquad [\Sigma\tau = 0]$$

Dit is de **wet van behoud van impulsmoment** voor een roterend voorwerp:

Het totale impulsmoment van een roterend voorwerp blijft constant als het netto uitwendige krachtmoment dat erop werkt nul is.

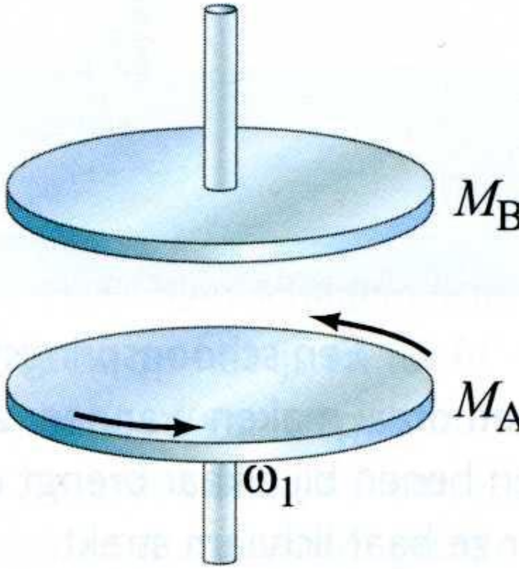


$$I\omega = I_0\omega_0 = cte.$$

$$I = \sum mR^2$$

Voorbeeld 11.2 Koppeling

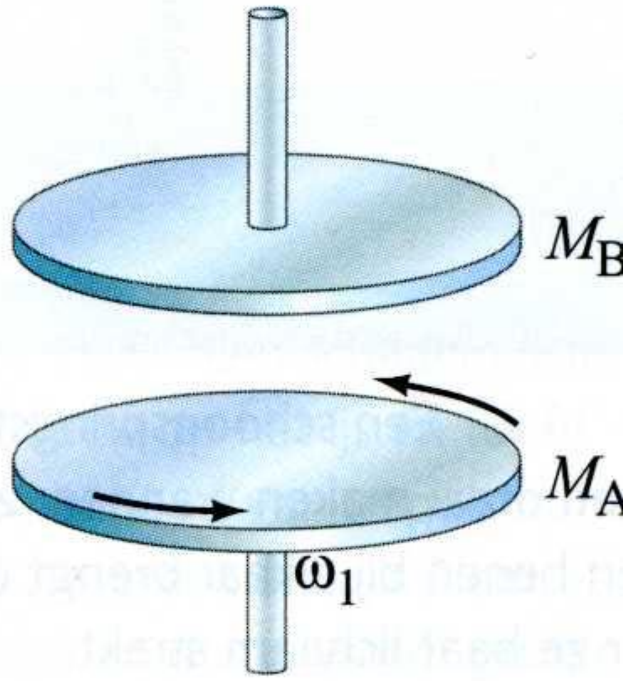
Een eenvoudige koppeling bestaat uit twee cilindrische platen die tegen elkaar aan gedrukt kunnen worden om twee delen van een as van een machine met elkaar te verbinden. De twee platen hebben massa's $M_A = 6{,}0$ kg en $M_B = 9{,}0$ kg en de straal ervan is gelijk, namelijk $R_0 = 0{,}60$ m. In eerste instantie zijn de platen los van elkaar (fig. 11.4). Plaat M_A wordt vanuit rust versneld tot een hoeksnelheid $\omega_1 = 7{,}2$ rad/s in een periode $\Delta t = 2{,}0$ s. Bereken (*a*) het impulsmoment van M_A en (*b*) het benodigde krachtmoment om M_A vanuit rust te versnellen tot ω_1. (*c*) Nu wordt plaat M_B, die in eerste instantie in rust was, maar vrij kon roteren zonder wrijving, krachtig tegen de roterende plaat M_A aangedrukt, waardoor de twee platen samen gaan roteren met een constante hoeksnelheid ω_2, die aanzienlijk kleiner is dan ω_1. Waarom gebeurt dit en hoe groot is ω_2?



$$(a): L_A = I_A\omega_1 = \left(\frac{1}{2}M_A R_0^2\right)\omega_1$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 6{,}0kg \cdot (0{,}60m)^2 \cdot 7{,}2\frac{rad}{s} = 7{,}8kg\frac{m^2}{s}$$

$$(b): \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{7{,}8kg\frac{m^2}{s}}{2{,}0s} = 3{,}9Nm$$



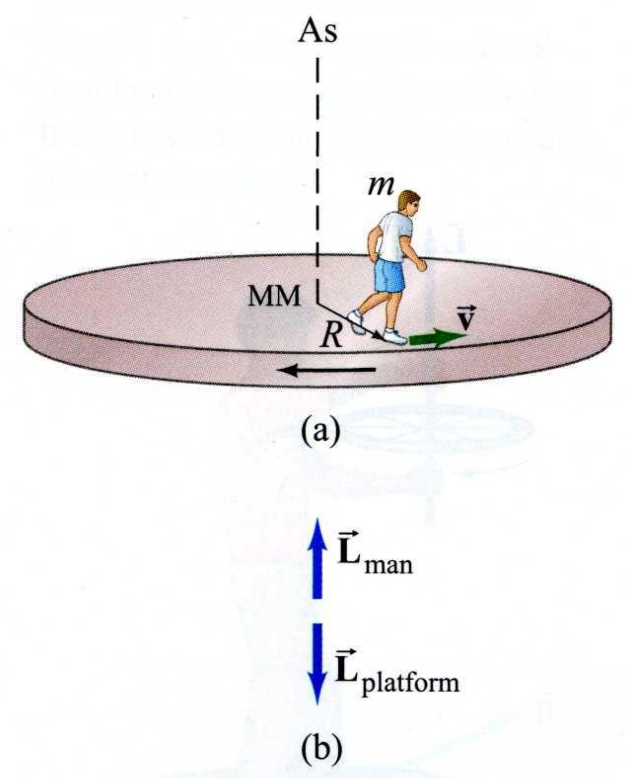
$$(c): I_A\omega_1 = (I_A + I_B)\omega_2$$

$$\omega_2 = \left(\frac{I_A}{I_A + I_B}\right)\omega_1 = \left(\frac{M_A}{M_A + M_B}\right)\omega_1 = \left(\frac{6{,}0kg}{15{,}0kg}\right)\cdot 7{,}2\frac{rad}{s} = 2{,}9\frac{rad}{s}$$

Richting van een impulsmoment

Voor een symmetrisch voorwerp dat om een symmetrie-as roteert:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$



Voorbeeld 11.4 Rennen op een cirkelvormig platform

Veronderstel dat een man met een massa van 60 kg aan de rand van een cirkelvormig platform staat dat een diameter van 6,0 m heeft, op wrijvingsloze lagers gemonteerd is en een traagheidsmoment van 1800 $kg \cdot m^2$ heeft. Het platform is in eerste instantie in rust, maar wanneer de man langs de rand van het platform begint te rennen met een snelheid van 4,2 m/s (ten opzichte van de aarde), begint het platform in de tegengestelde richting te draaien, zoals is weergegeven in fig. 11.5. Bereken de hoeksnelheid van het platform.

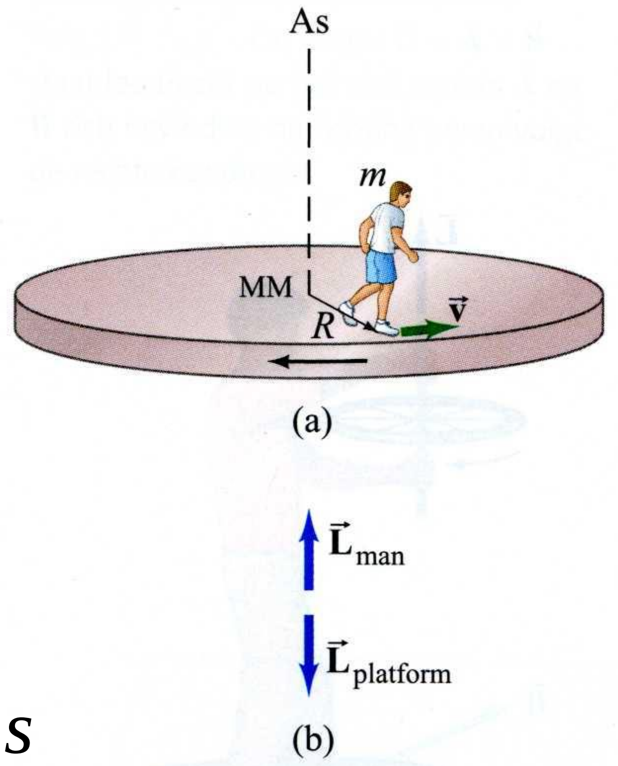
$$L_{man} = -L_{plaat}$$

$$L_{plaat} = I\omega$$

$$L_{man} = mR^2 \frac{v}{R} = mRv$$

$$I\omega = mRv \Rightarrow \omega = \frac{mRv}{I}$$

$$\omega = \frac{60kg \cdot 3{,}0m \cdot 4{,}2\,m/s}{1800kgm^2} = 0{,}42\,rad/s$$



Conceptvoorbeeld 11.5 Tollend fietswiel

Je natuurkundedocent houdt een tollend fietswiel vast terwijl hij op een stilstaande, wrijvingsloze draaitafel staat (fig. 11.6). Wat zal er gebeuren als de docent het fietswiel plotseling kantelt, zodat het in de tegengestelde richting draait?

Het uitwendig vectorproduct (11.2)

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

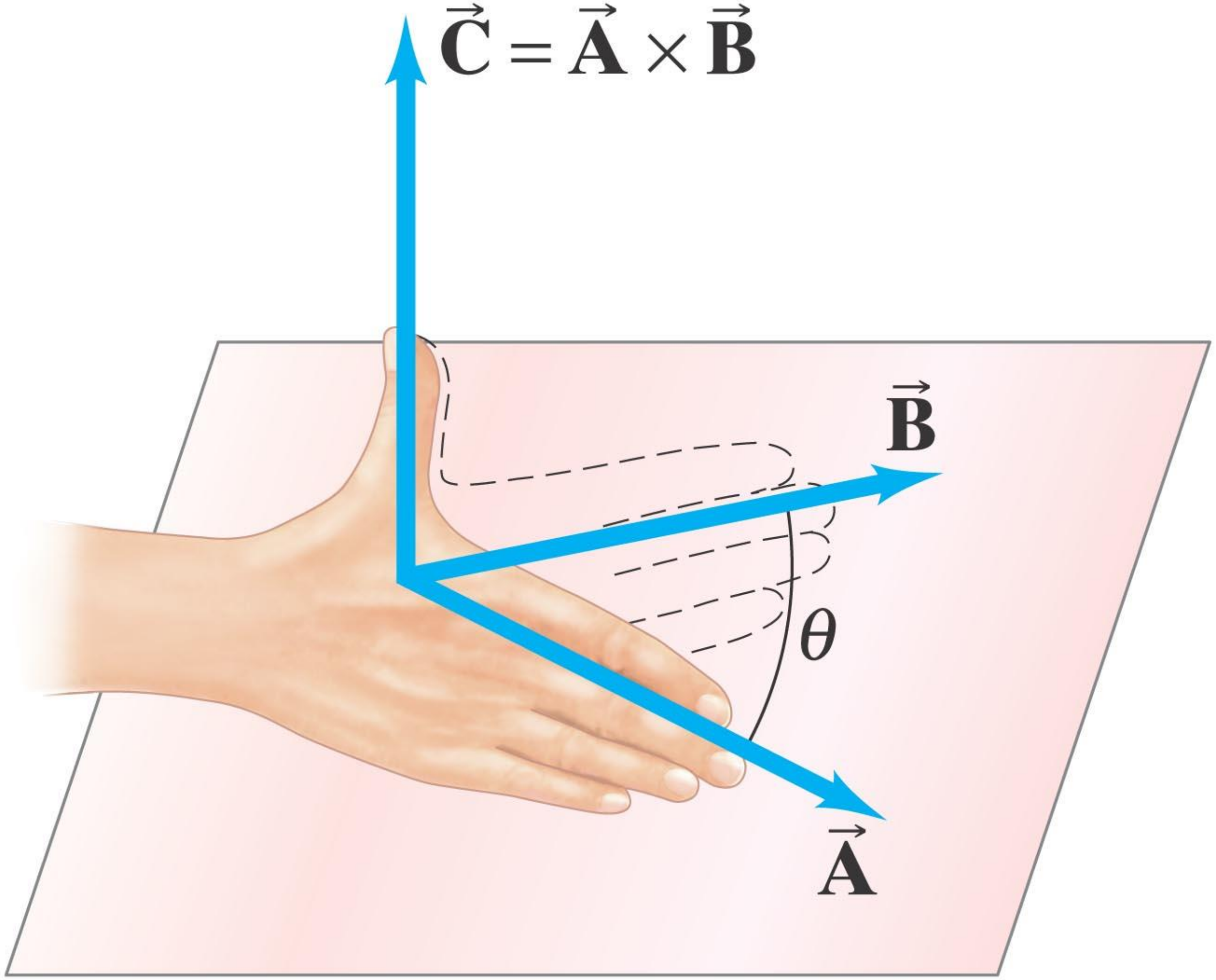
$$C = AB\sin\theta$$

- Grootte: ABsinθ (vectorproduct = 0 voor evenwijdige vectoren)
- Richting: rechterhand of rechtse schroef; daaruit volgt dat:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

- Staat loodrecht op zowel $\vec{A}$ als $\vec{B}$
- Analytisch berekenen uit de componenten van beide vectoren: determinant

$$C = |\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB\sin\theta.$$



Berekening van het uitwendig product

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z$$

$$\vec{B} = B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\vec{e}_x + \left(A_zB_x - A_xB_z\right)\vec{e}_y + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\vec{e}_z$$

Eigenschappen van het uitwendig product

$$\vec{A} \times \vec{A} = 0$$

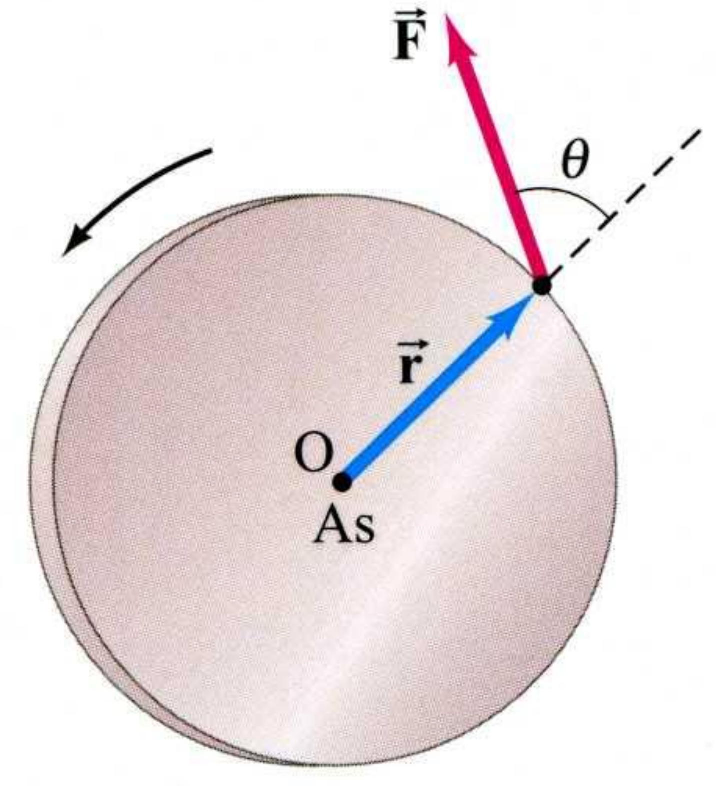
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} + \vec{C}\right) = \left(\vec{A} \times \vec{B}\right) + \left(\vec{A} \times \vec{C}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt}$$

De krachtmomentvector

Effect van de kracht F (en dus krachtmoment τ) in de figuur: versnelling α in **tegen**wijzerzin, rotatie-as naar de lezer toe: kunnen we τ als vector definiëren?

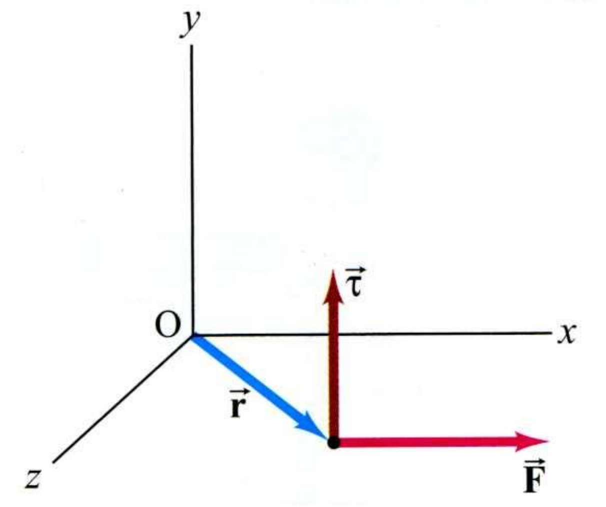


De krachtmomentvector

- Grootte van τ: rFsinθ

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

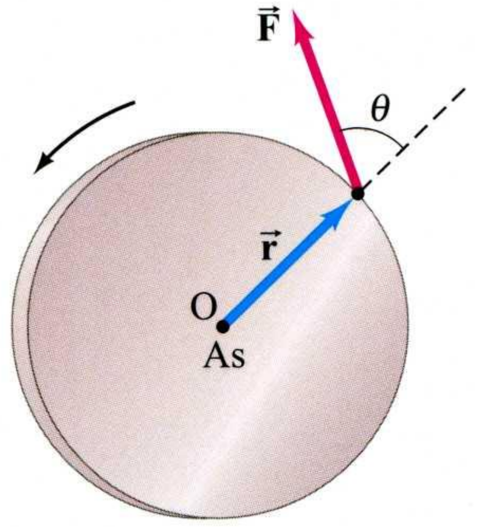
Met r en F omgewisseld:
Zin tegengesteld aan α



- τ: krachtmoment om O; r: plaatsvector t.o.v. O

Voor een systeem van puntmassa's:

$$\vec{\tau} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$



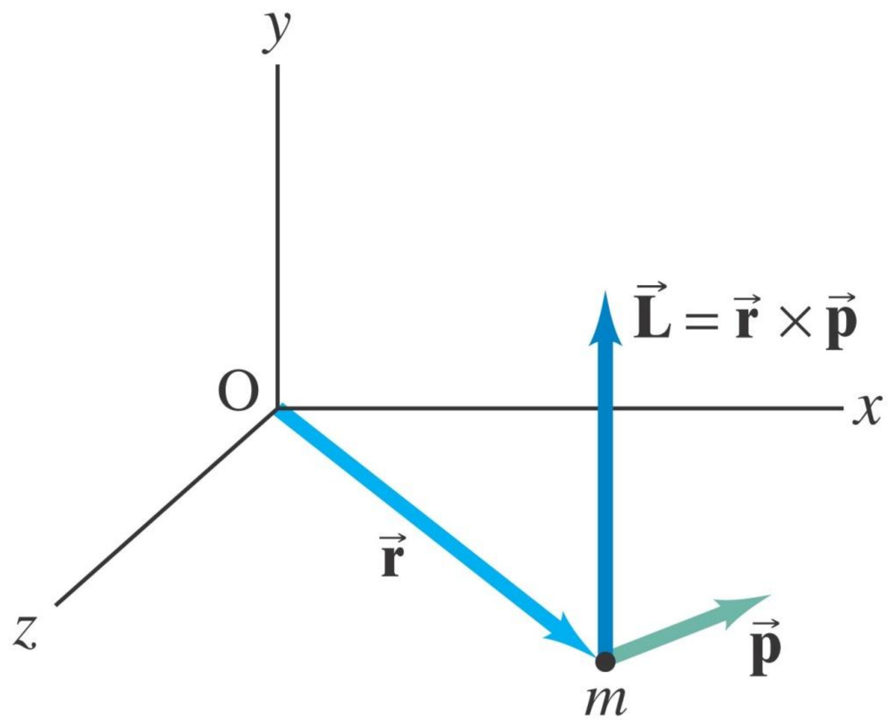
Impulsmoment van een puntmassa (11.3)

We gaan L hier opnieuw definiëren op een meer algemene manier

Definitie van impulsmoment van een puntmassa t.o.v. punt O:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$L = rp\sin\theta = rp_{\perp} = r_{\perp}p$$



Afgeleide van het impulsmoment naar de tijd:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\vec{L}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\vec{r}\times\vec{p}\right) = \dfrac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\dfrac{d\vec{p}}{dt} \\ \dfrac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} = \vec{v}\times m\vec{v} = m\left(\vec{v}\times\vec{v}\right) = 0 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r}\times\sum\vec{F} = \sum\vec{\tau}$$

$$\Rightarrow \sum\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$ [puntmassa in een inertiaalstelsel]

Anders is de 2e wet (F = ma) niet geldig

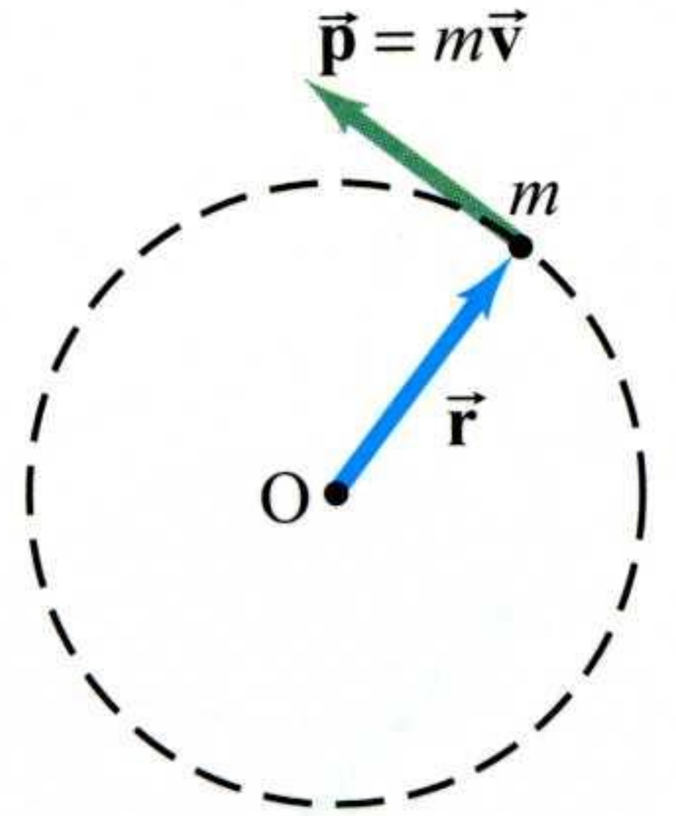
Conceptvoorbeeld 11.7 Het impulsmoment van een puntmassa

Hoe groot is het impulsmoment van een puntmassa met massa m die met een snelheid v linksom een cirkelvormige baan beschrijft met een straal r?

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{r} \perp \vec{p} \Rightarrow \left|\vec{r} \times \vec{p}\right| = rp = rmv$$

$$v = \omega r \Rightarrow L = rmv = mr^2\omega = I\omega$$



Impulsmoment en krachtmoment voor een systeem van puntmassa's; algemene beweging (11.4)

- Totaal impulsmoment voor een verzameling puntmassa's:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i$$

- Totaal krachtmoment op een verzameling puntmassa's (dit zijn zowel inwendige als uitwendige krachtmomenten):

$$\vec{\tau}_{net} = \sum \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_{uitw}$$

Afleiden van $\vec{L}$ naar de tijd:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_{uitw}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{\tau}_{uitw} \quad \text{[inertiaal referentiestelsel]}$$

Omdat we tijdens de afleiding F=dp/dt gebruikt hebben

Algemene relatie tussen $\vec{\tau}$ en $\vec{L}$

Als $\vec{\tau}$ en $\vec{L}$ berekend worden t.o.v. het (eventueel bewegend, zelfs versnellend) massamiddelpunt, blijkt nog steeds te gelden:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_{MM}}{dt} = \sum \vec{\tau}_{MM}}$$

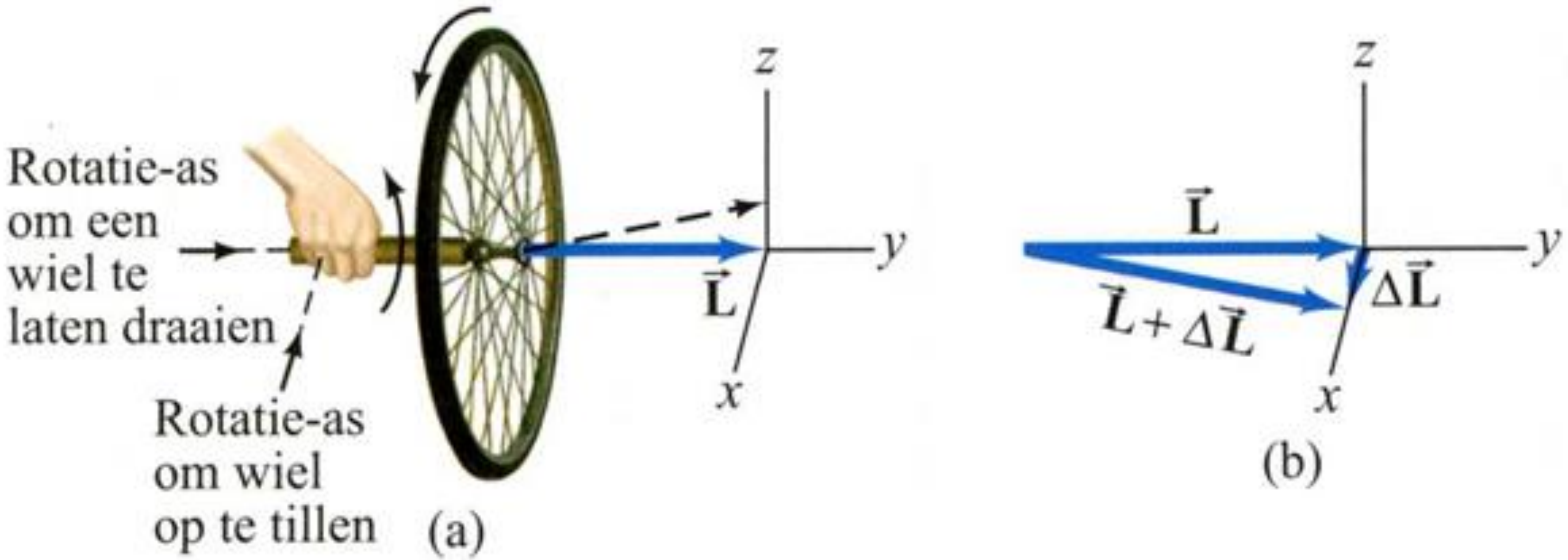
Bewijs niet te kennen (p. 407)!

Impulsmoment en krachtmoment voor een star voorwerp (11.5)

- Enkel conceptvoorbeeld 11.9 te kennen (fietswiel kantelen)

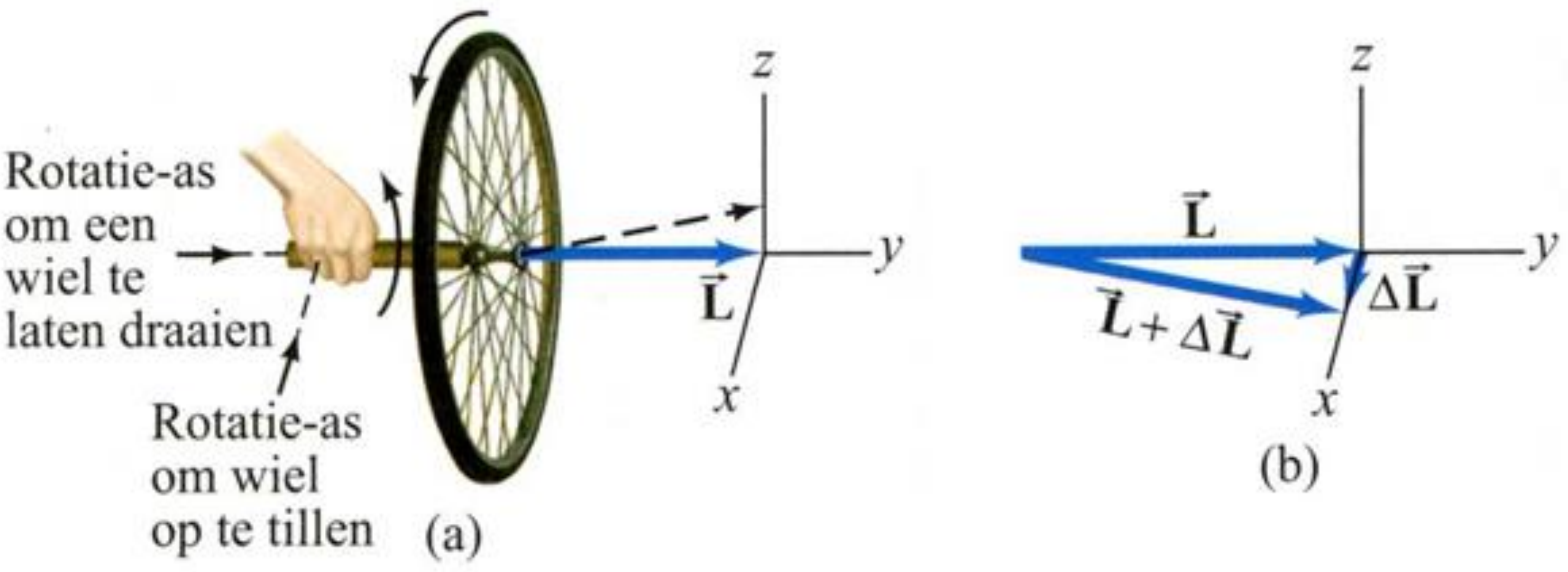
Conceptvoorbeeld 11.9 Fietswiel

Veronderstel dat je een fietswiel vasthoudt aan een handvat in het verlengde van de naaf, zoals in fig. 11.17a. Het wiel draait snel, dus is de richting van het impulsmoment $\vec{L}$ ervan horizontaal gericht. Op een bepaald moment probeer je plotseling de as omhoog te kantelen, op de manier zoals is weergegeven door de stippellijn in fig. 11.17a (het MM beweegt dus verticaal). Je verwacht dat het wiel omhoog beweegt (en dat zou ook gebeuren als het niet zou draaien), maar het zwenkt onverwacht naar rechts! Leg uit hoe dit kan.



$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \Delta\vec{L} \approx \vec{\tau}\,dt = \tau\vec{e}_x dt$$

De verandering van het impulsmoment ligt volgens de x-richting, dus kantelt de rotatie-as van het wiel naar rechts!



Behoud van impulsmoment (11.6)

- Meest algemene vorm van de 2^{e} wet van Newton voor translaties (enkel geldig in een inertiaalstelsel):

$$\sum \vec{F}_{uitw} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

- Gelijkaardige vergelijking voor rotatie (geldig in een inertiaalstelsel of t.o.v. het massamiddelpunt van het systeem):

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Wet van behoud van impulsmoment

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = 0 \quad \text{en} \quad \vec{\mathbf{L}} = \text{constant.} \qquad [\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = 0] \qquad \textbf{(11.12)}$$

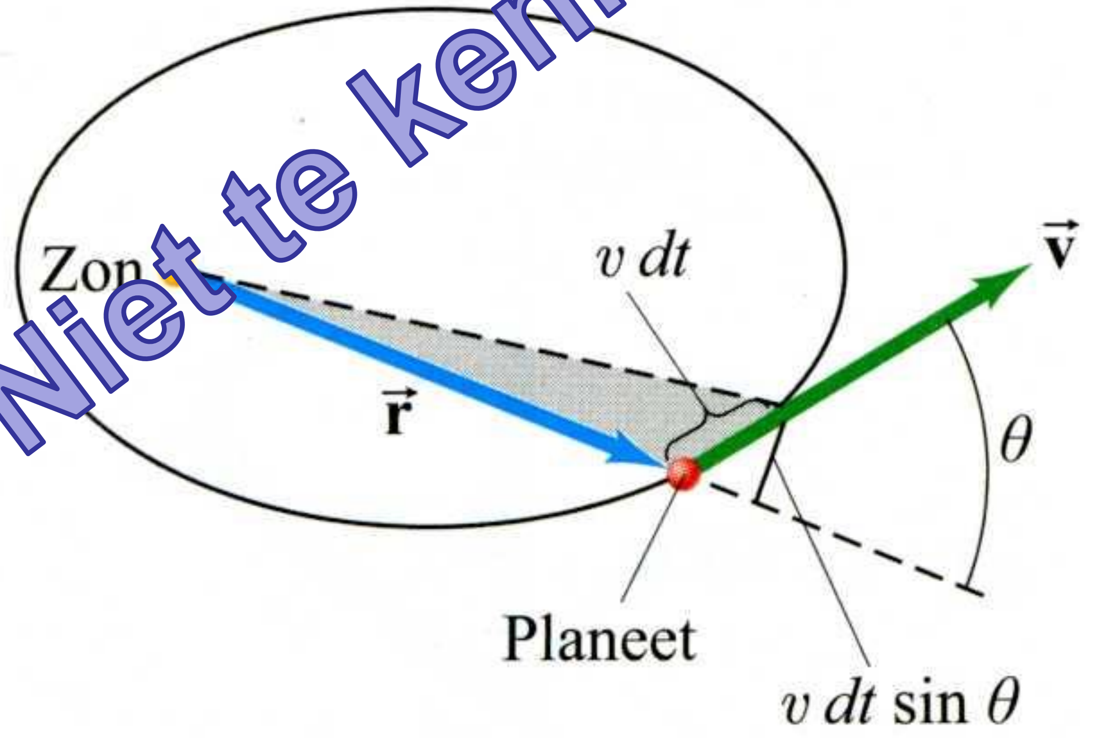
In woorden:

Het totale impulsmoment van een systeem blijft constant als het netto uitwendige krachtmoment dat op het systeem werkt nul is.

Voorbeeld 11.11 Afleiding van de tweede wet van Kepler (de 'perkenwet')

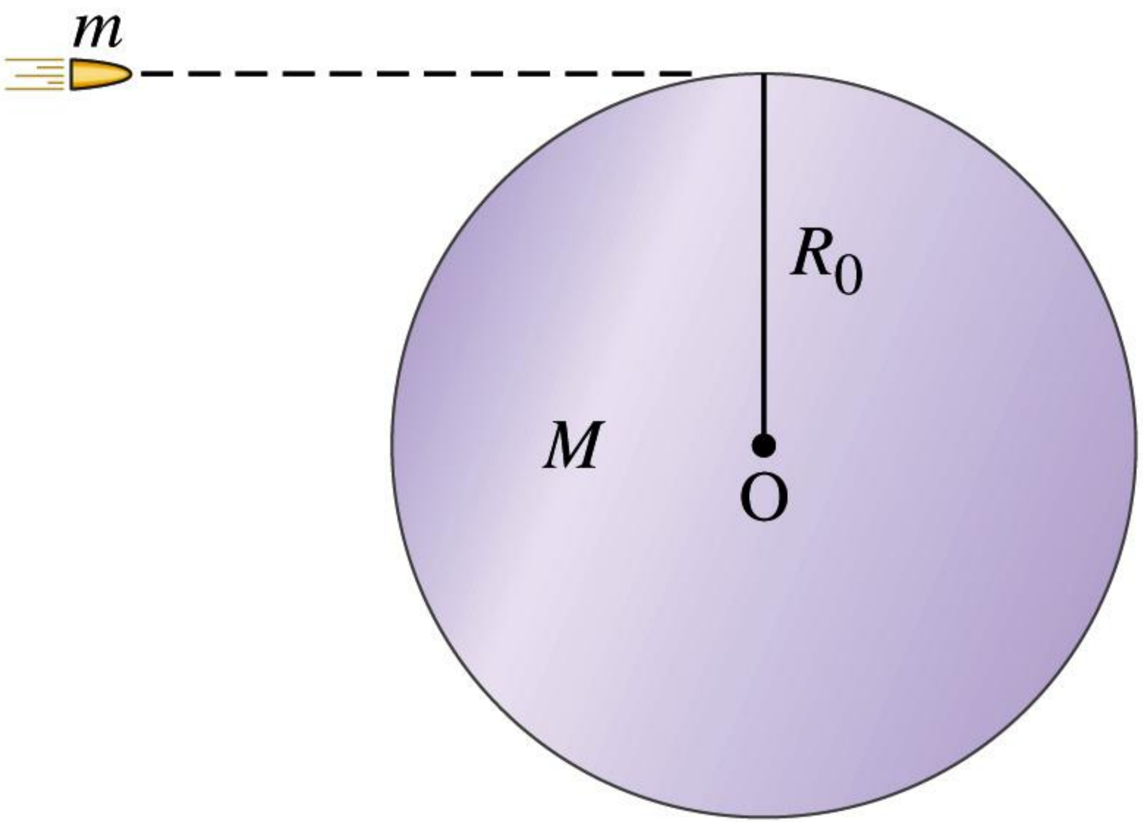
De tweede wet van Kepler stelt dat elke planeet zodanig beweegt dat een lijn tussen de zon en die planeet in gelijke periodes gelijke oppervlakken (ook perken genoemd) bestrijkt (paragraaf 6.5). Gebruik behoud van impulsmoment om dit aan te tonen.

Niet te kennen



Voorbeeld 11.12 Kogel boort zichzelf in de rand van een cilinder

Een kogel met een massa m die beweegt met een snelheid v boort zichzelf in de rand van een cilindervormig voorwerp met massa M en straal R_0 en blijft daarin vastzitten, op de manier zoals is weergegeven in fig. 11.22. De cilinder, die in eerste instantie in rust is, begint te roteren om zijn symmetrie-as, die zelf niet beweegt. Veronderstel dat er geen wrijvingskrachtmoment is. Hoe groot is de hoeksnelheid van de cilinder dan na deze botsing? Is er behoud van kinetische energie?



De as is vast!

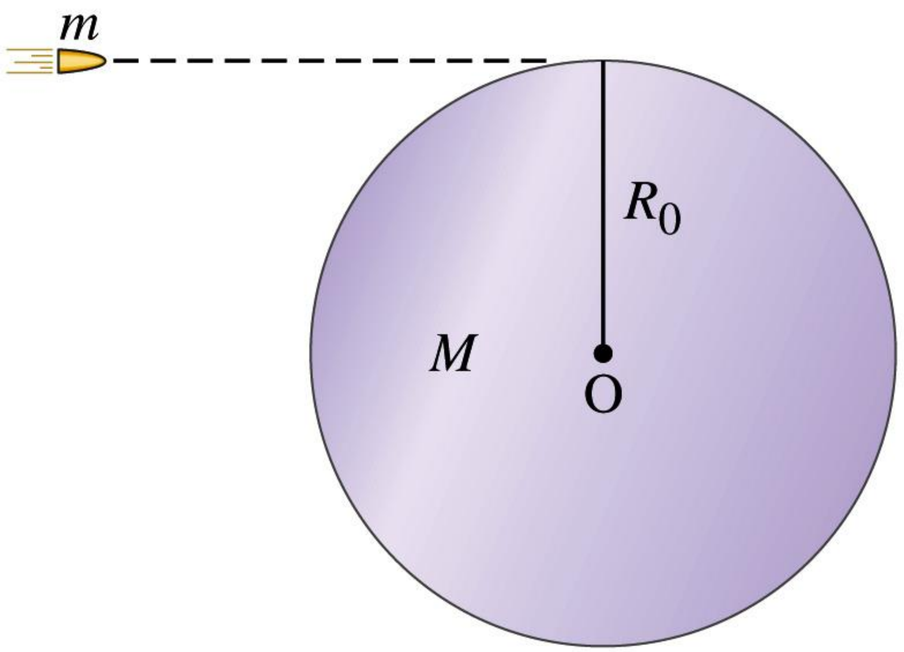
Veel moeilijker vraagstuk als de as niet vast is!

$$\tau_{ext} = 0 \Rightarrow L = cte. \;\; ; \;\; L_{begin} = \left|\vec{r} \times \vec{p}\right| = Rmv$$

$$\left.\begin{array}{l} L_{einde} = I_{cyl}\omega + I_{kogel}\omega \\[2ex] I_{cyl} = \dfrac{1}{2}MR^2 \\[2ex] I_{kogel} = mR^2 \end{array}\right\} L_{einde} = \left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2\omega$$

$$Rmv = \left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{mv}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R}$$

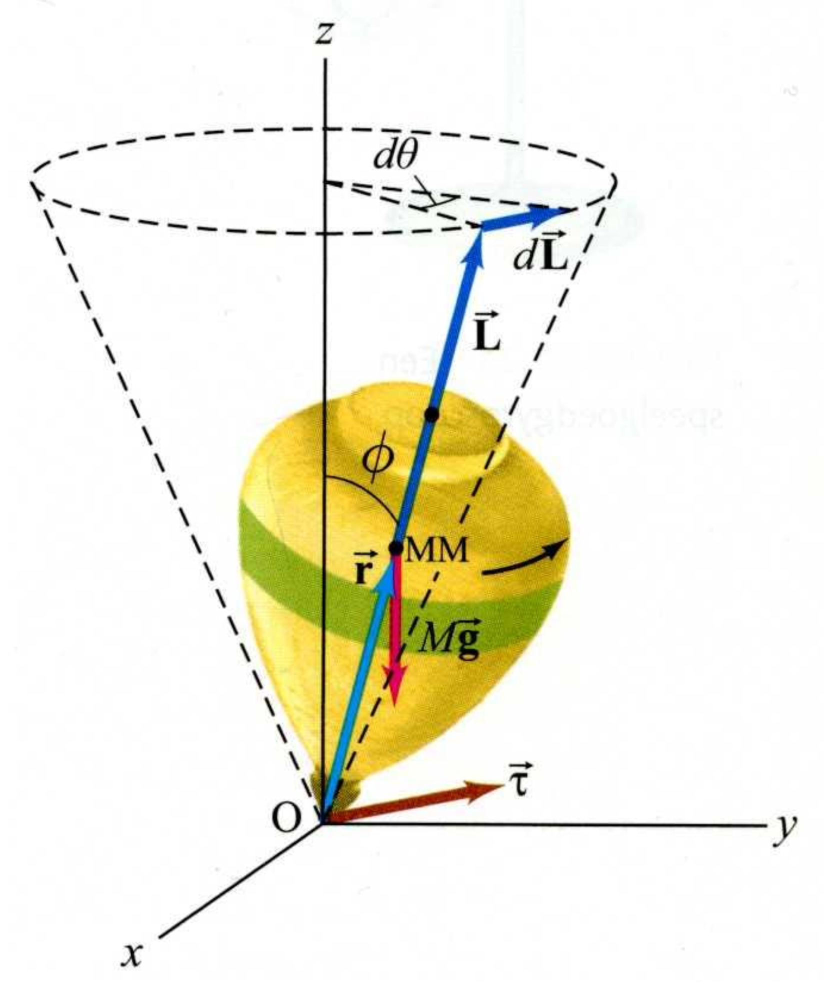
$$K_{einde} - K_{begin} = \frac{1}{2}I_{cyl}\omega^2 + \frac{1}{2}I_{kogel}\omega^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \ldots = -\frac{mM}{2M + 4m}v^2$$



De tol en de gyroscoop (11.7)

Beschouwen we:

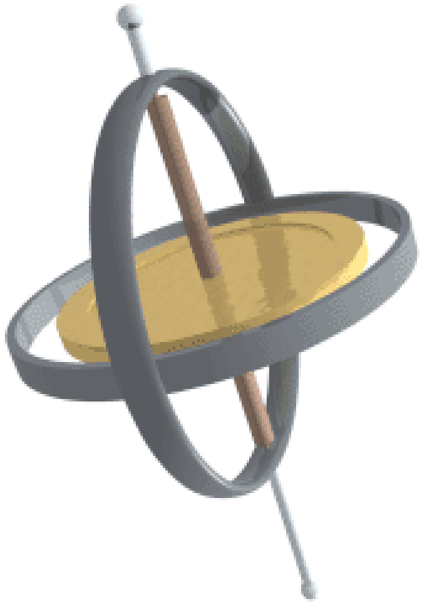
- Symmetrische tol met massa M
- Draait om haar symmetrieas
- Staat met haar punt in de oorsprong O van een inertiaalstelsel
- Maakt de tol een hoek ϕ met de verticale, dan beschrijft ze een kegel om de verticale, met hoeksnelheid Ω, **precessie** genoemd

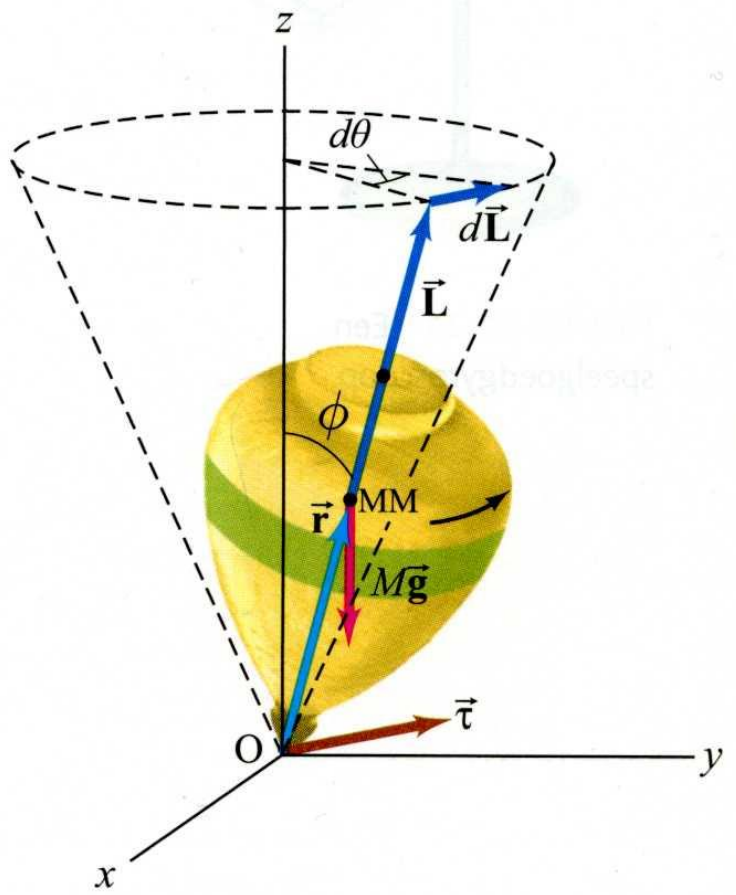


$\vec{\tau}$ Ligt dus in het xy-vlak, dus de verandering van $\vec{L}$ ligt ook in het xy-vlak.

Aangezien $\vec{L}$ // $\vec{r}$ en $\vec{\tau}$ loodrecht staat op $\vec{r}$, staat $\mathrm{d}\vec{L}$ ook loodrecht op $\vec{L}$; alleen de richting van $\vec{L}$ verandert, niet de grootte:

De vector $\vec{L}$ en de rotatieas beschrijven een horizontale cirkel





Geen rekenwerk te kennen


BLESS THIS HOME
PHYSICS NINJA