

FUNCTIE-ONDERZOEK

Prof. dr. ir. Jan Baetens



Notes

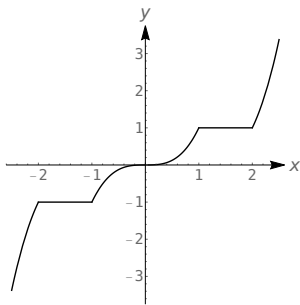
OVERZICHT

- 1 EXTREME WAARDEN
- 2 MIDDELWAARDESTELLING
- 3 STIJGEN EN DALEN VAN FUNCTIES
- 4 CONCAVITEIT
- 5 FUNCTIE-ONDERZOEK

Notes

Extreme waarden

EXTREME WAARDEN



Prof. dr. ir. Jan Baetens

4 / 26

Notes

Extreme waarden

Definitie 10.1: Extrema

Zij f gedefinieerd over een interval I dat c bevat, dan is

- 1 $f(c)$ een minimum van f op I als $f(c) \leq f(x)$ voor alle x in I .
- 2 $f(c)$ een maximum van f op I als $f(c) \geq f(x)$ voor alle x in I .

Definitie 10.2: Lokaal minimum en maximum

Zij f gedefinieerd over een interval I dat c bevat, en als er een $\delta > 0$ bestaat zodat

- 1 $f(c) \leq f(x)$ voor alle x in I indien $|x - c| < \delta$, dan is $f(c)$ een lokaal minimum van f .
- 2 $f(c) \geq f(x)$ voor alle x in I indien $|x - c| < \delta$, dan is $f(c)$ een lokaal maximum van f .



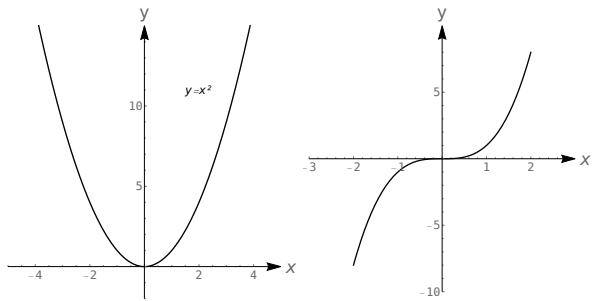
Notes



Prof. dr. ir. Jan Baetens

5 / 26

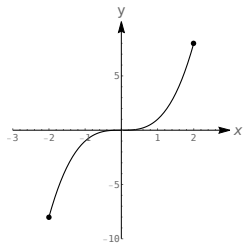
EXTREME WAARDEN



Notes

Extreme waarden

EXTREME WAARDEN

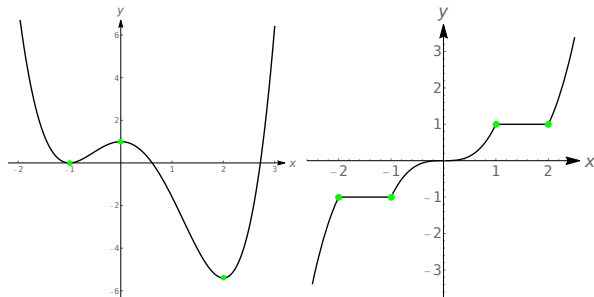


Stelling 10.1: Extremumstelling

Zij f een continue functie gedefinieerd over een gesloten interval I , dan heeft f zowel een minimum als maximum op I .

Extreme waarden

HOE LOKALE EXTREMA OPSPOREN?

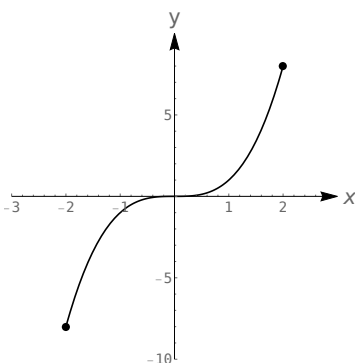


Stelling 10.3: Stelling van Fermat

Zij f gedefinieerd en afleidbaar over een open interval I dat c bevat en heeft f een lokaal extremum in $(c, f(c))$, dan is $f'(c) = 0$.

Extreme waarden

FERMAT: AFGELEIDE f' IS NUL IN EXTREMA



Notes

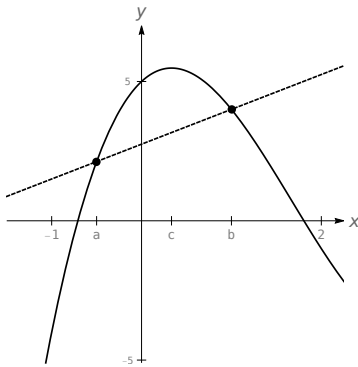
Notes



Notes

Middelwaardestelling

MIDDELWAARDESTELLING LINKT GEMIDDELDDES



Notes

Middelwaardestelling

Stelling 10.4: Middelwaardestelling (van de differentiaalrekening)

Zij $y = f(x)$ een continue functie over $[a, b]$ en afleidbaar over $]a, b[$, dan bestaat er een $c \in]a, b[$ waarvoor geldt dat

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Stelling 10.5: Stelling van Rolle

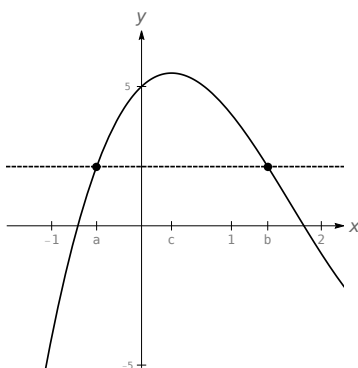
Zij $y = f(x)$ een continue functie over $[a, b]$, afleidbaar over $]a, b[$ en geldt er dat $f(a) = f(b)$, dan bestaat er een $c \in]a, b[$ waarvoor geldt dat

$$f'(c) = 0.$$

Notes

Middelwaardestelling

STELLING VAN ROLLE

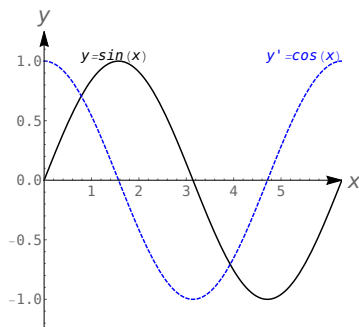


Notes



Notes

FUNCTIES STIJGEN, DALEN OF ZIJN CONSTANT

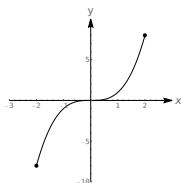


Notes

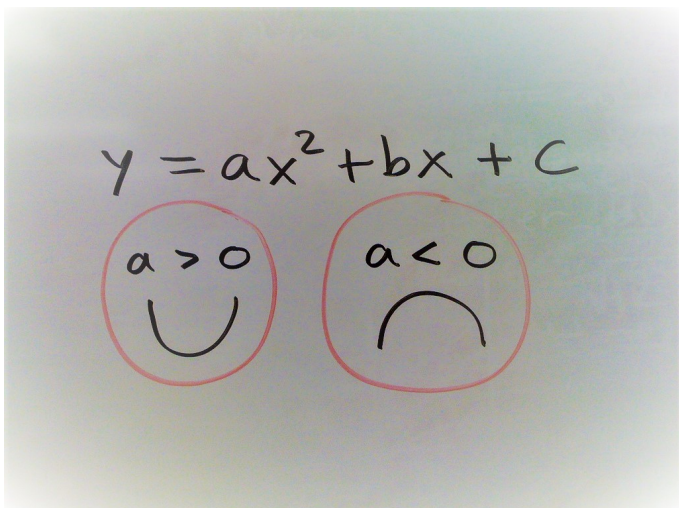
Stelling 10.7: Extremumtest

Zij f een afleidbare functie over een interval I en is $c \in I$ een kritieke waarde in I , dan is

- 1 $f(c)$ een lokaal maximum van f als het teken van f' in c wijzigt van positief naar negatief;
- 2 $f(c)$ een lokaal minimum van f als het teken van f' in c wijzigt van negatief naar positief;
- 3 $f(c)$ geen lokaal extremum van f als het teken van f' niet wijzigt in c .

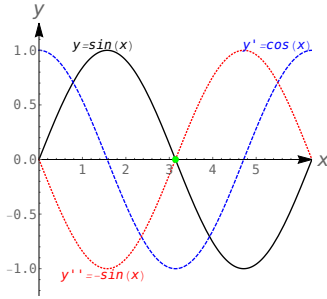


Notes



Notes

CONVEX (+) VERSUS CONCAAF (-)



- Convex: f' is stijgend
- Concaaf: f' is dalend

Notes

Stelling 10.9: Buigpunten

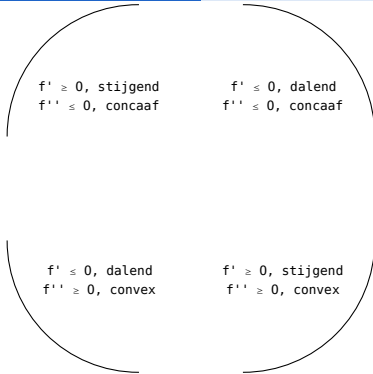
Zij $(c, f(c))$ een buigpunt op de grafiek van f , dan is $f''(c) = 0$ of is f'' niet gedefinieerd in c .

Stelling 10.10: Concaviteitstest

Zij c een kritieke waarde van f waar $f''(c)$ gedefinieerd is, dan heeft

- 1 f een lokaal maximum in $(c, f(c))$ als $f''(c) < 0$.
- 2 f een lokaal minimum in $(c, f(c))$ als $f''(c) > 0$.
- 3 f een lokaal minimum, lokaal maximum of geen lokaal extremum in $(c, f(c))$ als $f''(c) = 0$.

Notes



Notes

OVERZICHT

- 1 EXTREME WAARDEN
- 2 MIDDELWAARDESTELLING
- 3 STIJGEN EN DALEN VAN FUNCTIES
- 4 CONCAVITEIT
- 5 FUNCTIE-ONDERZOEK

Notes

FUNCTIE-ONDERZOEK BRENGT ALLES SAMEN

- 1 Domein en beeld
- 2 Symmetrie en intercept
- 3 Asymptoten
 - 1 verticaal
 - 2 horizontaal
 - 3 schuin
- 4 Kritische/singuliere punten en lokale extrema
- 5 Buigpunten en concaviteit
- 6 Samenvattend overzicht
- 7 Schets

Notes

EXTRA VOORBEELD

Onderzoek de beeldlijn van $y = \arctan(\ln(x))$.

Notes

EXTRA VOORBEELD

Onderzoek de beeldlijn van $y = \arctan(\ln(x))$.

Oplossing

Notes

EXTRA VOORBEELD

Onderzoek de beeldlijn van $y = \arctan(\ln(x))$.

Oplossing

Notes



Notes

Notes

Notes

Notes
