

Hoofdstuk 2

Energie en vermogen

De meeste discussies over energieconsumptie en -productie zijn verwarrend omwille van de verschillende eenheden die worden gebruikt om een hoeveelheid vermogen of energie uit te drukken.

De SI eenheid van energie is de joule (J). Een joule is gelijk aan de arbeid die nodig is om een voorwerp 1 meter te verplaatsen met een kracht van 1 newton (N):

$$1J = 1N \times 1m$$

Een joule is ook gelijk aan de arbeid die nodig is om een lading van 1 coulomb te verplaatsen over een spanningsverschil van 1 volt:

$$1J = 1C \times 1V$$

De SI-eenheid van vermogen is de watt (W). Een watt is het vermogen dat nodig is voor het leveren van 1 joule in 1 seconde:

$$1W = 1J/s$$

en dus

$$1W = 1N \times 1m/s$$

$$1W = 1A \times 1V$$

De SI-eenheid voor energie is dus joule en het wordt aanbevolen steeds deze eenheid te gebruiken voor de grootte energie. Om historische redenen worden vaak ook andere energie-eenheden gebruikt. Het is belangrijk dat u deze niet-SI-eenheden kan omzetten naar de joule.

- Een elektronvolt (eV) = $1,60218 \times 10^{-19} J$
- Eén vat olie = $6,12 GJ$
- Eén ton olie equivalent (t.o.e.) = $41,9 GJ$
- Een ton steenkool equivalent (t.c.e.) = $29,3 GJ$
- Eén british thermal unit (BTU) = $1055 J$

- Eén calorie (cal) = 4,184J
- Eén erg = 100nJ
- Eén TNT equivalent = 4,18MJ

Elektrische energie wordt vaak uitgedrukt in kilowattuur (kWh). De kWh is zelf geen SI-eenheid, maar is een vermenigvuldiging van 2 eenheden: de (kilo)watt en het uur (een eenheid buiten het SI-stelsel die weliswaar toch aanvaard wordt).

- 1 kWh = 1 kW. 1 h = 1000 W. 3600 s = 3600000 W.s = 3,6 MJ

Voor de grootheid vermogen (energie per tijdseenheid) is vooral de paardenkracht nog in omloop:

- Eén paardenkracht (pk) = 735 W

2.1 Types energie en vermogen

Energie is essentieel voor ons bestaan als individuen maar ook voor onze maatschappij. Er zijn verschillende soorten energie we bekijken hier een paar voorbeelden.

2.1.1 Potentiële energie

Als we de arbeid W die op een deeltje of een massa inwerkt als het deeltje van positie \vec{r}_A naar positie \vec{r}_B beweegt kunnen uitdrukken als het verschil van een grootheid $U(x, y, z)$ berekend in het begin- en eindpunt, dan is de kracht die voor deze arbeid zorgt conservatief. De grootheid $U(x, y, z)$ wordt de potentiële energie genoemd en is een functie van de coördinaten van het deeltje of voorwerp. Voor conservatieve krachten geldt dus:

$$W = U_A - U_B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Het bestaan van zo een functie hangt af van de aard van de kracht, niet alle krachten zijn conservatief. De zwaartekracht is bijvoorbeeld conservatief

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

en we kunnen dus schrijven dat de potentiële energie

$$U = mgh$$

met h de hoogte. Let hierbij op dat de keuze van de referentie ten opzichte van welke we de hoogte meten ook het referentiepunt bepaalt waar we onze potentiële energie $U = 0$ gekozen hebben. In het algemeen kunnen we schrijven voor een constante kracht dat de potentiële energie gelijk is aan:

$$U(\vec{r}) = U_A - U_B = - \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \quad (2.1)$$

Hoewel we door de potentiële energie in te voeren als een grootte ifv de plaats, we een bepaalde plaats als referentie nemen mag dit geen invloed hebben op de fysische beschrijving van de krachten of de beweging van het object. Dit is het geval omdat een keuze van een ander referentiepunt enkel één constante term bij de functie optelt. Uit vergelijking (2.1) volgt dat een conservatieve kracht kan geschreven worden als min de gradiënt van de potentiële energie:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U(\vec{r}) = -\frac{\partial U}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial U}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial U}{\partial z}\vec{e}_z \quad (2.2)$$

Hieruit kan men onmiddellijk zien dat een fysisch waarneembare grootte zoals een kracht onafhankelijk is van de keuze van het referentiepunt. De gradiënt van een constante bijdrage valt toch weg.

Naast de kracht als gevolg van de gravitatie is ook een kracht als gevolg van een elektrisch veld conservatief. Hier kan dus ook handig gebruik gemaakt worden van de potentiële energie van een bepaald lading als gevolg van het elektrische veld. De kracht kan geschreven worden als:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

en de potentiële energie verschil als deze lading van punt A naar B gaat is dus:

$$U_A - U_B = - \int_B^A q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Zoals u kan zien is deze potentiële energie evenredig met de lading van het object en zou men een soortgelijke functie kunnen definiëren die nog handiger bruikbaar is en onafhankelijk van de lading van het object.

$$V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

wat het potentiaalverschil of de spanningsverschil tussen de punten A en B weergeeft. De potentiële energie van een object kan dan bekomen worden door de potentiaal te vermenigvuldigen met de totale lading van het voorwerp:

$$U = qV$$

Hieruit kan men onmiddellijk de definitie van de eenheid van Joule als de nodig energie van een lading $1C$ om een spanningsverschil van $1V$ te doorlopen aflezen.

2.1.2 Chemische energie

De chemische energie is de potentiële energie van de atomen als gevolg van de chemische bindingen ook wel vaak de interne energie genoemd in chemie. Maar omdat deze chemische reacties vaak doorgaan in gasvorm in een omgeving bij constante druk P is het beter om de toestandsfunctie Enthalpie H te gebruiken, de enthalpie wordt gedefinieerd als:

$$H = U + PV \quad (2.3)$$

met U de interne energie (potentiële energie), P de druk en V het volume van het systeem. Nu bij een chemische reactie of een algemeen proces, wordt het verschil in potentiële energie omgezet in warmte Q en arbeid W :

$$\Delta U = Q + W$$

De arbeid is min de kracht maal de verplaatsing of uitgedrukt met een constante druk P : $W = -P\Delta V$. Hieruit volgt dat het verschil in potentiële energie wordt:

$$\Delta U = Q - P\Delta V$$

en de warmte bij een constante druk P kan men schrijven als:

$$Q = \Delta U + P\Delta V$$

Uit de definitie van enthalpie H kan men zien dat de verandering in enthalpie gelijk is aan de som van de verandering in potentiële energie en de verandering in het product van volume en druk. In het geval dat de druk constant is: $\Delta(PV) = (\Delta P)V + P\Delta V = P\Delta V$ kan men de enthalpie verandering gelijk stellen aan de aan de gegenereerde warmte stroom van het systeem:

$$\Delta H = Q \tag{2.4}$$

Bij een chemische reactie is de enthalpieverandering:

$$\Delta H = H_{\text{producten}} - H_{\text{reactieproducten}}$$

Voor een positieve ΔH wordt warmte geabsorbeerd door het systeem, en voor een ΔH negatief zal er warmte gegenereerd worden.

2.1.3 Thermische energie (Warmte)

Warmte wordt gedefinieerd als de energievorm die wordt overgedragen tussen twee systemen op een verschillende temperatuur. Het overdrachtstempo van de warmte is de warmte die overgedragen wordt per tijdseenheid of is het vermogen dat overgedragen wordt. De totale hoeveelheid warmte die in een systeem opgeslagen wordt is de thermische energie. Een proces waarbij geen overdracht van warmte gebeurt met zijn omgeving wordt adiabatisch genoemd.

2.1.4 Elektrische energie of de energie van het elektrische veld

We bespreken in deze sectie de elektrische energie als de energie die nodig is om een bepaalde configuratie aan ladingen op te bouwen.

De arbeid die moet geleverd worden om het afstoten van de reeds aanwezige ladingen te overwinnen leidt tot de vergroting van de energie van de geleider. Onderstel een geleider met capaciteit C , reeds aanwezige lading q en dus een potentiaal $V = q/C$. Indien we vanuit het oneindige een extra lading dq naar de geleider brengen, dan wordt de arbeid $dA = Vdq$ verricht. Hierdoor neemt de energie van de geleider toe met dW_E

$$dW_E = \frac{q dq}{C}$$

De totale energietoename van de geleider bij het opladen van nul tot Q is gelijk aan de verrichte arbeid bij het laden.

$$W_E = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} \quad (2.5)$$

Voor het geval van een eenvoudige bolvormige geleider met straal R en lading Q is de potentiaal op de omtrek $\frac{Q}{4\pi\epsilon R}$ en is de capaciteit dus $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon R$ (met R de straal van de bol) en wordt de energie dan uit vergelijking (2.5):

$$W_E = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{4\pi\epsilon R} \right) \quad (2.6)$$

Deze uitdrukking kan in verband gebracht worden met de elektrische veldsterkte geïnduceerd door de lading op de bol. Deze veldsterkte is buiten de geleidende bol, voor $r \geq R$:

$$\|\vec{E}\| = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (2.7)$$

Als we nu de integraal van $\|\vec{E}\|^2$ over het gehele volume buiten de bol berekenen, door de ruimte te verdelen in bolschillen met straal r en dikte dr . Het oppervlak van zo'n schil is $4\pi r^2$ en het volume $dv = 4\pi r^2 dr$ zodat:

$$\int_R^{+\infty} \|\vec{E}\|^2 dv = \int_R^{+\infty} \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \right)^2 (4\pi r^2 dr) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2} \int_R^{+\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2 R} \quad (2.8)$$

De energie van de geladen bol kan dan geschreven worden als (vergelijkingen (2.6) en (2.8))

$$W_E = \frac{1}{2}\epsilon \int_R^{+\infty} E^2 dv$$

Een resultaat dat algemeen geldig is. De energie die nodig is om een hoeveelheid lading Q bijeen te brengen kan dus worden geschreven als:

$$W_E = \frac{1}{2}\epsilon \int_{\text{ruimte}} \|\vec{E}\|^2 dv \quad (2.9)$$

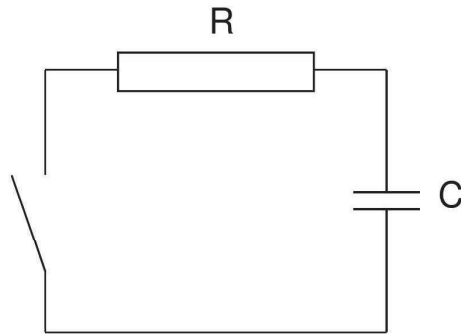
Hieraan kan de volgende fysische interpretatie gegeven worden. De energie van de bijeengebrachte lading is zo in de omringende ruimte opgeslagen dat in een volume-element dv een energie van $\frac{1}{2}\epsilon\|\vec{E}\|^2 dv$ aanwezig is. De energie per volume-eenheid of de energiedichtheid in het elektrische veld is dan:

$$w_E = \frac{1}{2}\epsilon\|\vec{E}\|^2 \quad (2.10)$$

Het laden van een condensator

We bespreken de energie die nodig is voor het opladen van een condensator uit een spanningsbron via een weerstand. (zie figuur 2.1)

Op het ogenblik $t = 0$ wordt de serieschakeling van een ongeladen condensator, een



Figuur 2.1: Schakeling met een weerstand en condensator.

weerstand en een constante spanning V_0 gesloten met de schakelaar. Voor deze kring moet dan gelden $V_0 = IR + \frac{Q}{C}$. In een tijd dt levert de spanningsbron een energie:

$$dW = V_0 dQ = V_0 I dt = I^2 R dt + \frac{Q}{C} dQ$$

De eerste term geeft de warmteontwikkeling in de weerstand, de tweede term de toename van elektrostatische energie van de condensator. Na zeer lange tijd is de condensator opgeladen tot een spanning $V_0 = \frac{Q_0}{C}$ en de stroom tot nul gedaald. De totaal toegevoegde energie wordt dan:

$$W = V_0 Q_0 = \int_0^{+\infty} I^2 R dt + \frac{1}{C} \int_0^{Q_0} Q dQ = W_R + \frac{1}{2C} Q_0^2 = W_R + \frac{1}{2} Q_0 V_0 \quad (2.11)$$

We kunnen hieruit zien dat de helft van de toegevoegde energie omgezet is in warmte in R ($W_R = \frac{1}{2} Q_0 V_0$). De andere helft, $W_E = \frac{1}{2} Q_0 V_0$, is als elektrostatische energie in de condensator opgeslagen.

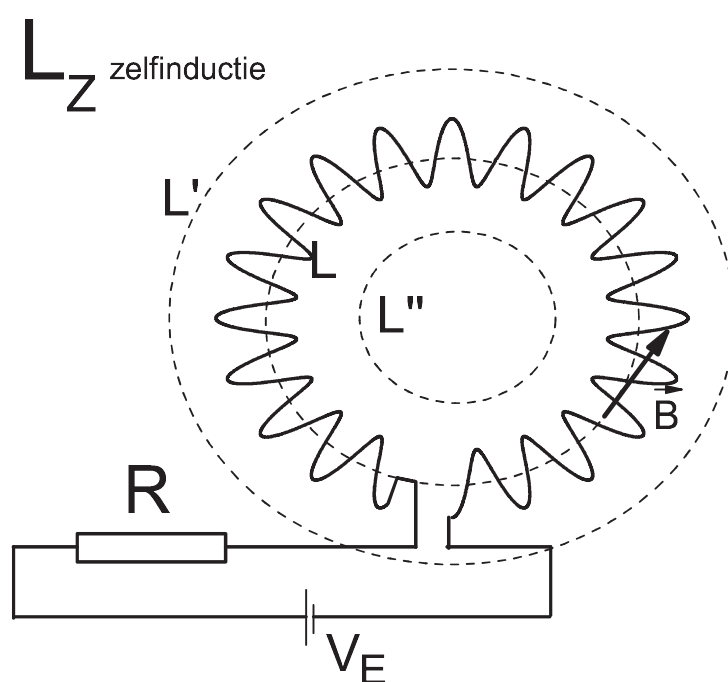
2.1.5 Magnetische energie of de energie van een magnetisch veld

Om de energie van een magnetisch veld te bespreken beschouwen we een lege torusvormige spoel met N windingen met onderling gelijke afstand en een stroom I . Uit de symmetrie volgt dat de veldlijnen cirkels zijn, concentrisch met de torus. Als we de energie van het magnetische veld willen berekenen moeten we natuurlijk eerst de magnetische inductie \vec{B} kennen, we gebruiken hiervoor de wet van Ampère:

$$\Lambda_B = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r I_{tot}$$

die zegt dat de circulatie van de magnetische inductie gelijk is aan de magnetische permeabiliteit $\mu_0 \mu_r$ maal de totaal omvatte stroom I_{tot} . Wij kiezen eerst een cirkel L binnen de spoel. De magnetische circulatie is dan $\Lambda_B = \|\vec{B}\|L = BL$, terwijl de totaal omvatte stroom NI is. Dus $BL = \mu_0 NI$ of

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad (2.12)$$



Figuur 2.2: Schakeling met een weerstand en spoel met zelfinductie L_Z .

In het geval dat de straal van de windingen klein is ten opzichte van de straal van de torus, kunnen we aannemen dat alle gesloten cirkelbanen binnen de spoel vrijwel dezelfde lengte L hebben. De magnetische inductie binnen de torus is dus

$$B = \mu_0 n I$$

waarin $n = \frac{N}{L}$ het aantal windingen per lengte-eenheid is.

De circulatie langs de lijnen buiten de torus liggen is nul (L' of L'') omdat de omvatte stroom nul is, en dus is de magnetische inductie ook $B = 0$. Het magnetische veld van deze spoel ligt dus geheel en volledig binnen de spoel. Dit is het geval voor een torusvormige spoel waarvan de windingen dicht bij elkaar liggen, in de praktijk is er altijd een (zwak) veld buiten de torus.

Beschouwen we nu een serieschakeling van zo'n torusvormige spoel met zelfinductie L_Z en een weerstand R met een spanningsbron V_E . Dan kunnen we voor deze schakeling de volgende vergelijking schrijven

$$V_E = RI + L_Z \frac{dI}{dt}$$

Door beide leden met de stroom I te vermenigvuldigen bekommen we

$$V_E I = RI^2 + L_Z I \frac{dI}{dt}$$

Het linker deel van de gelijkheid stelt de benodigde energie per tijdseenheid of het vermogen nodig om deze stroom te voeren, terwijl analoog als in vergelijking (2.11) de term RI^2 de energie is die per tijdseenheid (vermogen) dat in de weerstand in warmte wordt omgezet. Hierdoor kunnen we de laatste term $L_Z I \frac{dI}{dt}$ interpreteren als de energie die per tijdseenheid nodig is om het magnetische veld in de spoel op te bouwen. Het tempo van toename van magnetische energie $\frac{dW_B}{dt}$:

$$\frac{dW_B}{dt} = L_Z I \frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad dW_B = L_Z I dI$$

De magnetische energie die dan wordt opgewekt als de stroomsterkte van 0 tot I toeneemt wordt dus:

$$W_B = \int_0^{W_B} dW_B = \int_0^I L_Z I dI = \frac{1}{2} L_Z I^2 \quad (2.13)$$

In het geval van onze dunne toroïde kunnen we de zelfinductie schrijven als

$$L_Z = \frac{\Phi_I}{I}$$

met Φ_I de magnetische flux als gevolg van zijn eigen magnetisch veld. Voor de dunne toroïde is de magnetische flux $\Phi_I = NSB$ en wordt de energie dan:

$$W_B = \frac{1}{2} L_Z I^2 = \frac{1}{2} NBSI$$

Omdat zoals hierboven uit vergelijking (2.12) de stroom kan berekend worden $I = \frac{LB}{\mu_0 N}$ kunnen we de energie schrijven als:

$$W_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} LS = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} V \quad (2.14)$$

waarin V het volume binnen de wikkeling is. Omdat bij de torusvormige spoel het veld zich volledig binnen de spoel bevindt, stelt W_B de totale veldenergie voor. De energiedichtheid w_B (energie/volume) wordt dan:

$$w_B = \frac{W_B}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (2.15)$$

We mogen in principe concluderen dat deze vergelijking algemeen geldig is en dus ook geldig voor een niet-homogeen veld en dat de energie van een magnetisch veld in een infinitesimaal volume element dV kan geschreven worden als:

$$dW_B = \frac{W_B}{V} dV = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} dV$$

En zodoende wordt de totale energie van een algemeen magnetisch veld binnen een bepaald volume gegeven door:

$$W_B = \frac{1}{2\mu_0} \int_{ruimte} B^2 dV$$

2.1.6 Energie van het licht

Licht is een elektromagnetisch golf die zich met de lichtsnelheid in het vacuüm uitbreidt. Deze snelheid wordt gegeven door

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Voor een vlakke elektromagnetische golf geldt een verband tussen het elektrisch en het magnetische veld:

$$E = cB$$

(zie cursus Fysica met E de grootte van het elektrische veld en B de grootte van het magnetische veld). In een elektromagnetisch veld is zowel elektrische als magnetische energie aanwezig, de totale energie is de som van deze beide bijdragen:

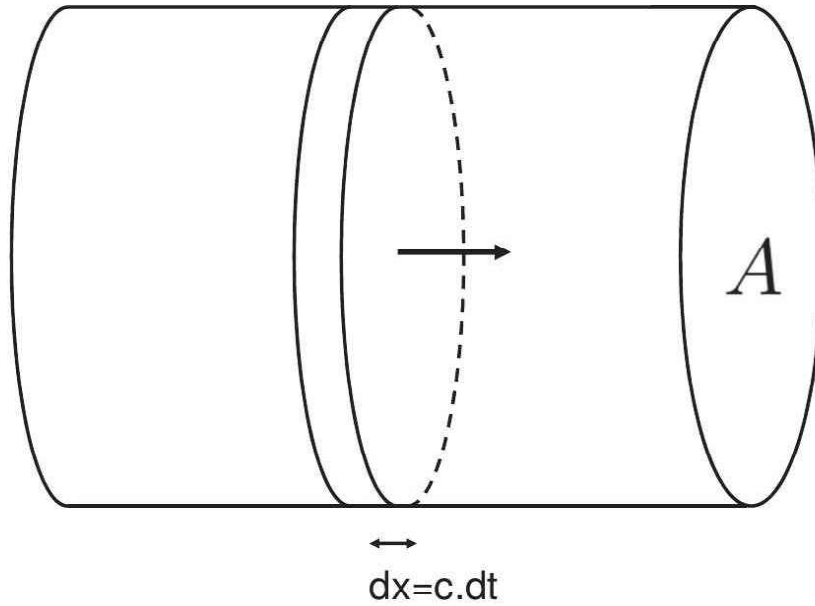
$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

De totale momentane energiedichtheid wordt dan (omdat B en E van de tijd afhankelijk zijn):

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0 c^2} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E^2$$

Als we een golf beschouwen met een golfvector \vec{k} en een frekwentie ν dan kan men de golfvergelijking voor de grootte van het elektrische veld dat beweegt in de \vec{x} -richting schrijven als:

$$E = E_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - 2\pi\nu t) = E_0 \sin(k(x - ct))$$



Figuur 2.3: Voorstelling van het verband tussen lichtintensiteit en energiedichtheid.

Wat ons natuurlijk meer interesseert is de tijdgemiddelde energiedichtheid:

$$w_{\text{gem}} = \epsilon_0 (E)_{\text{gem}}^2$$

Voor een vlakke harmonische golf kan met het gemiddelde kwadratische amplitude van het elektrische veld schrijven als:

$$(E)_{\text{gem}}^2 = E_0^2 [\sin^2 k(x - ct)]_{\text{gem}} = \frac{1}{2} E_0^2$$

omdat:

$$[\sin^2]_{\text{gem}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{1}{2}$$

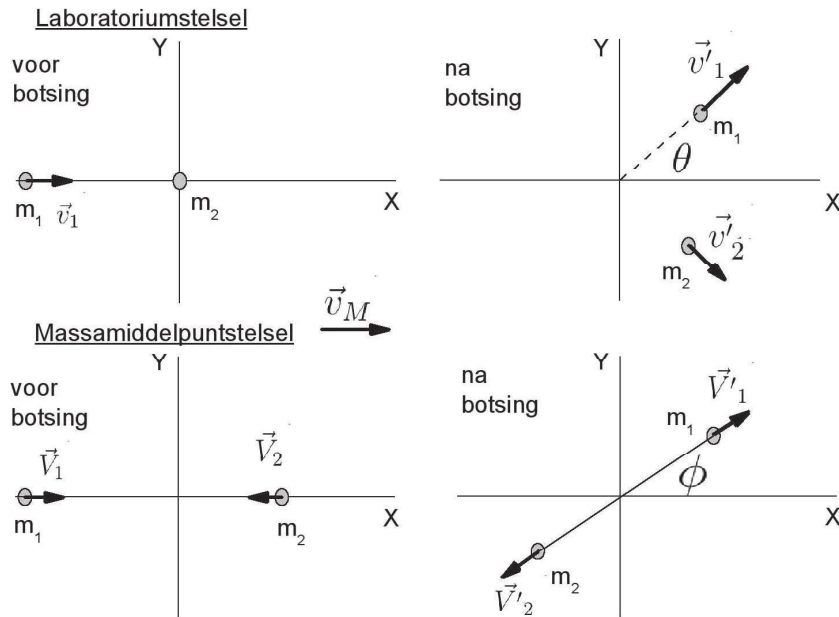
Hieruit volgt dat de gemiddelde energiedichtheid voor een elektromagnetische golf kan geschreven worden als:

$$w_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \quad (2.16)$$

met E_0 de amplitude van de golf die het elektrische veld beschrijft.

Voor de beschrijving van het vermogen van een elektromagnetisch golf wordt heel vaak de intensiteit I gebruikt, dit is het vermogen van het licht per oppervlakte eenheid. Beschouw daarom een oppervlak A (zie figuur 2.3) de totale lichtenergie die in een tijd dt op dit oppervlak terecht komt is de totale energie binnen het cilindrisch volume dw_{cilinder} met oppervlakte grondvlak A en hoogte dx . De hoogte kan ook geschreven worden als $dx = cdt$ waardoor de energie wordt:

$$dw_{\text{cilinder}} = Aw_{\text{gem}}cdt$$



Figuur 2.4: Voorstelling van de snelheden voor en na een botsing in een laboratoriumreferentiestelsel en een massamiddelpuntstelsel.

De intensiteit I kan dan geschreven worden als:

$$I = \frac{1}{A} \frac{dw_{\text{cilinder}}}{dt} = cw_{\text{gem}} \quad (2.17)$$

Men kan dus zien dat de intensiteit van het licht uitgedrukt wordt in W/m^2 . Hoewel we deze redenering opbouwde voor een vlakke elektromagnetische golf is het verband tussen de snelheid v , de energiedichtheid w en de intensiteit (energiestroomdichtheid) I voor een algemene golfbeweging geldig.

$$I = vw$$

waarbij v de snelheid van de vlakke golf is.

2.1.7 Kinetische energie

Algemeen is de kinetische energie van een object met massa m en snelheid v gelijk aan:

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

Om de overdracht van kinetische energie te bespreken beschouwen we een elastische botsing van twee deeltjes met massa's m_1 en m_2 . Initieel heeft deeltje 1 een impuls \vec{p}_1 en is deeltje 2 in rust $\|\vec{p}_2\| = 0$. (zie figuur 2.4)

Uit het behoud van impuls volgt dat:

$$\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{p}_1 \quad \text{of} \quad \vec{p}'_2 = \vec{p}_1 - \vec{p}'_1$$

Of in kwadratische grootte van de vectoren:

$$p_2'^2 = (\vec{p}_1 - \vec{p}'_1)^2 = p_1^2 + p_1'^2 - 2p_1p_1' \cos \theta \quad (2.18)$$

Als de botsing elastisch is geldt dat er behoud van kinetische energie E_K is in deze botsing:

$$E_{K2}' = E_{K1} - E_{K1}' = \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_1v_1'^2$$

Beschouwen we dit systeem nu in een massamiddelpuntreferentie. De snelheid van het massamiddelpunt is

$$\vec{v}_M = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{v}_1}{1 + A} \quad (2.19)$$

omdat $\vec{v}_2 = 0$ en met $A = \frac{m_2}{m_1}$. De snelheid van deeltje 1 voor de botsing is dan:

$$\vec{V}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_M = \frac{A\vec{v}_1}{1 + A}$$

Hieruit volgt dat in het massamiddelpunt stelsel:

$$m_1\vec{V}_1 = -m_2\vec{V}_2 \quad \text{en} \quad m_1\vec{V}'_1 = -m_2\vec{V}'_2$$

of met impulsen:

$$\vec{P}_1 = -\vec{P}_2 \quad \text{en} \quad \vec{P}'_1 = -\vec{P}'_2$$

De kinetische energie in dit massamiddelpunt stelsel wordt dan voor de botsing:

$$E_K^{\text{voor}} = \frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} = \frac{P_1^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

en na de botsing

$$E_K^{\text{na}} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2} = \frac{P_1'^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

Omdat $E_K^{\text{voor}} = E_K^{\text{na}}$ behoud van kinetische energie voor een elastische botsing geldt:

$$P_1^2 = P_1'^2 \quad \text{en} \quad V_1 = V_1'$$

waarbij de laatste notatie zonder vectoren slaat op de grootte van de vector de bewegingsrichting kan natuurlijk wel wijzigingen. De snelheid van het invallend deeltje 1 t.o.v. het laboratoriumreferentiestelsel is dan:

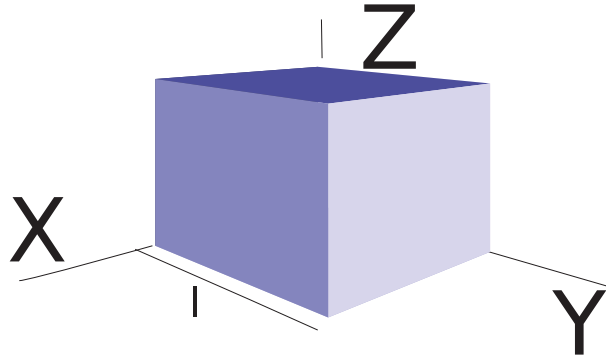
$$\vec{v}'_1 = \vec{V}'_1 + \vec{v}_M$$

met ϕ de hoek tussen \vec{V}'_1 en \vec{v}_M . We kunnen dus schrijven dat het kwadraat van de snelheid van het deeltje 1 na de botsing gelijk is aan:

$$v_1'^2 = V_1'^2 + v_M^2 + 2\vec{V}'_1 \cdot \vec{v}_M = V_1'^2 + v_M^2 + 2V_1'v_M \cos \phi$$

Met behulp van $V_1' = V_1$ en vergelijking (2.19) wordt dit:

$$v_1'^2 = v_1^2 \frac{A^2 + 2A \cos \phi + 1}{(A + 1)^2}$$



Figuur 2.5: Een kubusvormig reservoir met zijde L .

De verhouding tussen de kinetische energie van deeltje 1 voor en na de botsing is dus in het gewone laboratoriumreferentiestelsel, of de fractie van energie die overgehouden wordt na de botsing:

$$\frac{T'_1}{T_1} = \frac{v'^2_1}{v^2_1} = \frac{A^2 + 2A \cos \phi + 1}{(A + 1)^2}$$

Voor $\phi = 0$ (botsing zonder richtingsverandering) is $T'_1 = T_1$ en is er dus geen energieverlies. Voor $\phi = \pi$ (centrale botsing) is er een maximaal energieverlies:

$$\frac{T'_1}{T_1} = \frac{A^2 - 2A + 1}{(A + 1)^2} = \frac{(A - 1)^2}{(A + 1)^2}$$

Het energieverlies per eenheid van energie is dus in dit geval:

$$\frac{T'_2}{T_1} = \frac{T_1 - T'_1}{T_1} = \frac{4A}{(A + 1)^2}$$

Men kan dus zien dat er door deze botsing overdracht is van kinetische energie van deeltje 1 naar deeltje 2.

2.1.8 Warmtetraling

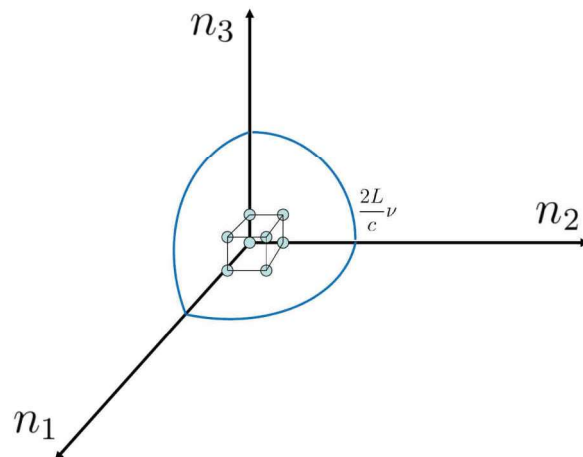
Om de warmtetraling van een object te bespreken, is het noodzakelijk dat we kwantumkarakter van de lichtdeeltjes (fotonen) in rekening brengen. Beschouwen we een gas van fotonen in een kubusvormig reservoir met zijde L (zie figuur 2.5).

De fotonen gedragen zich dan als staande elektromagnetische golven in dit reservoir. Als we de randen van dit reservoir als geleidend beschouwen dan gelden voor het elektrische veld de volgende randvoorwaarde:

$$\begin{aligned} E_x &= 0 & \text{als } y = 0 & \text{ en } L, & \text{ en als } z = 0 & \text{ en } L \\ E_y &= 0 & \text{als } x = 0 & \text{ en } L, & \text{ en als } z = 0 & \text{ en } L \\ E_z &= 0 & \text{als } x = 0 & \text{ en } L, & \text{ en als } y = 0 & \text{ en } L \end{aligned}$$

Het elektrische veld in drie dimensies binnen deze doos kan dan geschreven worden als:

$$E_x = E_{ox} \cos\left(\frac{n_1\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_2\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n_3\pi z}{L}\right) \sin(2\pi\nu t)$$



Figuur 2.6: Voorstelling voor het tellen van het aantal golven.

$$E_y = E_{oy} \sin\left(\frac{n_1\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n_2\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n_3\pi z}{L}\right) \sin(2\pi\nu t)$$

$$E_z = E_{oz} \sin\left(\frac{n_1\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_2\pi y}{L}\right) \cos\left(\frac{n_3\pi z}{L}\right) \sin(2\pi\nu t)$$

Het is niet moeilijk om aan te tonen dat deze vergelijkingen voldoen aan de randvoorwaarde voor $n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, 3, \dots$. Vult men bijvoorbeeld de vergelijking voor E_x in de golfvergelijking voor een golf met snelheid c :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

waaruit volgt dat:

$$-\left[\left(\frac{n_1\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_2\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_3\pi}{L}\right)^2\right] E_x = -\frac{1}{c^2} (2\pi\nu)^2 E_x$$

Deze vergelijking vertelt ons dat enkel een bepaald aantal frekwenties mogelijk zijn:

$$\nu = \frac{c}{2L} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \quad (2.21)$$

Deze modes die in een kubus passen zijn niet zo makkelijk weer te geven als de modes voor staande golven in een snaar. Vergelijking (2.21) beschrijft de toegelaten frekwenties met behulp van drie natuurlijke getallen (n_1, n_2, n_3). De handigste manier om deze natuurlijke getallen voor te stellen is elk op een as in een drie-dimensionale ruimte. Figuur 2.5 toont zo'n rooster van punten. Deze figuur kan ook gebruikt worden om af te schatten hoeveel modes N_ν resulteren in een golf met een frekwentie tussen ν en $\nu + d\nu$. Dit aantal komt overeen met het volume van dit stukje bolschil met straal $\frac{2L}{c}\nu$:

$$\frac{2L}{c}\nu = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$$

in de (n_1, n_2, n_3) ruimte. De dikte van deze schil wordt dan $\frac{2L}{c}d\nu$. Omdat zowel n_1, n_2 als n_3 positief moeten we enkel één octant van de bolschil meerekenen. Als het volume

$V = L^3$ van het reservoir meegerekend wordt krijgen we:

$$\frac{1}{8}4\pi \left(\frac{2L}{c}\nu\right)^2 \frac{2L}{c}d\nu$$

Het aantal toestanden $N_\nu d\nu$ is in principe twee maal het verkregen resultaat omdat de fotonen twee verschillende polarizaties kennen. Men kan dit interpreteren als een staande golf die opgebouwd is uit een lopende golf in de ene en de tegengestelde richting. We krijgen dan:

$$N_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}V \quad (2.22)$$

als het aantal modes voor een frekwentie ν per eenheidsfrekwentieinterval.

De bezetting van deze modes voor een bepaalde temperatuur T is een statistische distributie met een waarschijnlijkheid evenredig met een Boltzmann-factor voor een energie ϵ :

$$f(\epsilon) = e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}} \quad (2.23)$$

De verwachtingswaarde voor de energie van een mode met energie ϵ wordt dan:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\sum_n \epsilon_n f(\epsilon_n)}{\sum_n f(\epsilon_n)} \quad (2.24)$$

Waarbij de energie $\epsilon_n = nh\nu$ de energie is van n fotonen met een energie $h\nu$. Hieruit volgt dat de verwachtingswaarde voor de energie

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\sum_n nh\nu e^{-\frac{nh\nu}{k_B T}}}{\sum_n e^{-\frac{nh\nu}{k_B T}}} = k_B T \frac{\sum_n nx e^{-nx}}{\sum_n e^{-nx}}$$

met $x = \frac{h\nu}{k_B T}$. De noemer van deze uitdrukking kan dan geschreven worden als:

$$Z(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-x}}$$

en de teller wordt dan:

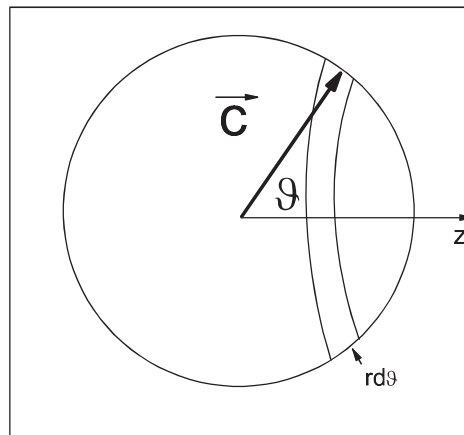
$$-x \frac{dZ}{dx} = +x \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2}$$

De verwachtingswaarde voor de totale energie voor een bepaalde mode met frekwentie ν wordt dan:

$$\langle \epsilon \rangle = k_B T \frac{x e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{k_B T x}{e^x - 1} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (2.25)$$

De energie van deze straling tussen een frekwentie ν en $\nu + d\nu$ kan dan geschreven worden als het product van het aantal modes dat mogelijk is vergelijking (2.22) en de verwachtingswaarde van de energie voor een mode met die frekwentie vergelijking (2.25) :

$$w_\nu(T) = \frac{N_\nu}{V} \langle \epsilon \rangle = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (2.26)$$



Figuur 2.7: Projectie van de intensiteit op de z-richting.

Onderstel nu dat we in dit reservoir een opening maken en kijken wat de intensiteit van de warmte straling met frekwentie tussen ν en $\nu + d\nu$. De opening is bijvoorbeeld in de z-richting. De intensiteit wordt dan:

$$I = \langle c_{+z} \rangle w$$

met $\langle c_{+z} \rangle$ de gemiddelde snelheid in de positieve z-richting (zie figuur 2.7)

$$\langle c_{+z} \rangle = \frac{\int_0^{\pi/2} (c \cos \theta) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi 2\pi r^2 \sin \theta d\theta} = \frac{c \int_0^1 x dx}{\int_{-1}^1 dx} = \frac{c}{4}$$

De intensiteit van de warmtestraling wordt dan:

$$I_\nu(T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (2.27)$$

De totale intensiteit van deze warmte straling kan men dan bekomen door te integreren over alle frekwenties tussen 0 en $+\infty$.

$$I(T) = \int_0^\infty \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

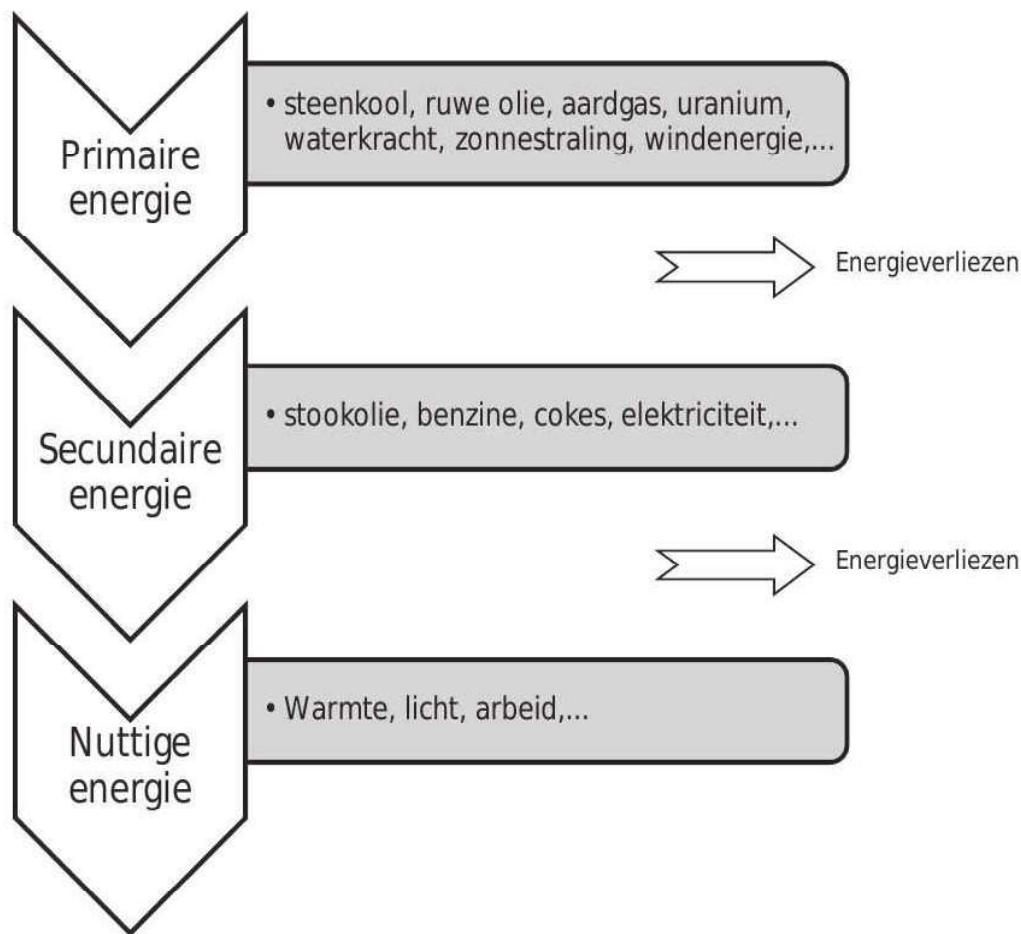
omdat

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

wordt de intensiteit (of het vermogen per oppervlakte-eenheid dat uitgezonden wordt):

$$I = \sigma T^4 \quad (2.28)$$

met $\sigma = \frac{2\pi^5}{15c^2} \frac{k_B^4}{m^2 K^4} = 5,676 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ de constante van Stefan-Boltzmann. Het feit dat de intensiteit evenredig is met de temperatuur tot de vierde macht wordt de wet van Stefan-Boltzmann genoemd.



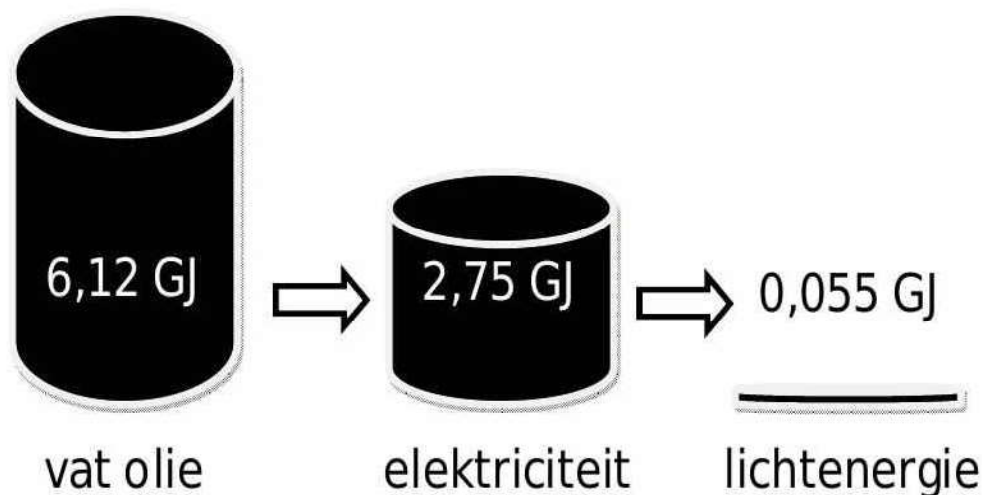
Figuur 2.8: Omzetting van primaire energie naar nuttige energie.

2.2 Omzetting van primaire naar nuttige energie

In dit hoofdstuk gaan we niet diep in op de “impliciete vormen” van energie zoals bijvoorbeeld de zonne-energie die noodzakelijk is voor plantengroei, landbouw, bosbouw, veeveelt... Deze vormen van energie zijn uiteraard belangrijk voor bijvoorbeeld onze voedselproductie, maar zijn moeilijk te kwantificeren. We beschouwen daarom enkel “expliciete energievormen” zoals olie, gas, uranium, fotovoltaïsche zonne-energie (dus de zonne-energie die we gebruiken om rechtstreeks elektriciteit op te wekken), ...

Er zijn vele soorten energie, zie de verschillende soorten besproken in de vorige sectie: chemische, kinetische, potentiële, elektrische, ... energie. Niet alle soorten energie zijn equivalent. Willen we een gloeilamp laten functioneren, dan is een vat olie (chemische energie) minder nuttig. We hebben daartoe elektrische energie nodig. We kunnen natuurlijk de chemische energie van het vat olie omzetten naar elektrische energie, maar dat gaat gepaard met verliezen (het rendement van deze energieomzetting bedraagt ongeveer 30 tot 55 %). Eén joule elektrische energie is -voor het laten functioneren van een computer- verschillend van één joule chemische energie.

Primaire energiedragers zijn stoffen die nog geen enkele technische conversie hebben



Figuur 2.9: Grafische illustratie van enkele verliezen bij de omzetting van olie naar licht-energie.

ondergaan. Met “primaire energie” bedoelen we de energie-inhoud van deze primaire energiedragers (bijvoorbeeld steenkool, bruinkool, ruwe olie, biomassa...) of van primaire energiestromen (bijvoorbeeld windenergie, zonne-instraling,...).

Deze primaire energie kan omgezet worden in secundaire energie die op zijn beurt omgezet kan worden tot nuttige energie (warmte, licht, arbeid...).

Voorbeelden:

- Steenkool (primaire energie) wordt in een steenkoolcentrale verbrand en omgezet naar elektriciteit (secundaire energie). Deze elektriciteit wordt getransporteerd naar uw huis waar bijvoorbeeld een lamp de elektriciteit omzet in licht (nuttige energie).
- Ruwe olie (primaire energie) wordt in een raffinaderij omgezet naar benzine (secundaire energie). Deze benzine wordt in uw auto verbrand en omgezet naar arbeid, namelijk een rijdende auto (nuttige energie).
- Meerdere tussenstappen zijn mogelijk. Een voorbeeld: ruwe olie (primaire energie) wordt in een raffinaderij omgezet naar stookolie. Deze stookolie wordt in een elektriciteitscentrale geconverteerd naar elektriciteit op hoogspanning. Hoogspanningslijnen transporteren de elektriciteit naar een transformator waar die wordt omgezet naar laagspanning. Met deze elektriciteit wordt vervolgens via elektrolyse waterstof geproduceerd. Tenslotte kan in een waterstofverbrandingsmotor deze waterstof getransformeerd worden naar arbeid om een auto te laten rijden op waterstof. Dit extreme voorbeeld is uiteraard geen goed voorbeeld van efficiënt energiegebruik, want:

Elke omzetting brengt verliezen met zich mee:

- omzettingsverliezen: het converteren van de ene energiedrager naar de andere gebeurt nooit met een efficiëntie van 100 %.

- zelfconsumptie: het converteren van de ene energiedrager naar de andere vraagt zelf ook energie die in rekening moet gebracht worden.
- distributieverliezen: bij het transporteren van energiedragers vinden energieverliezen plaats.

Zo kan bijvoorbeeld een steenkool-, olie-, of aardgascentrale zijn brandstof slechts omzetten naar elektriciteit met een maximaal rendement van ongeveer 55 %. Een voorbeeld:

- Een vat olie (met een energie-inhoud van 6,12 GJ) wordt met een rendement van 45 % omgezet worden tot $6,12 \text{ GJ} \times 45 \% = 2,75 \text{ GJ}$ elektriciteit. Laten we met die elektriciteit een gloeilamp branden, dan resulteert dit in $2,75 \text{ GJ} \times 2 \% = 0,055 \text{ GJ} = 55 \text{ MJ}$ nuttige lichtenergie. Immers, de omzetting in een gloeilamp van elektriciteit naar nuttige lichtenergie voor het menselijk oog is ongeveer 2 %. Van de oorspronkelijke energie-inhoud van het vat olie blijft door omzettingsverliezen minder dan 1 % nuttige lichtenergie over (zie figuur 2.9). Bovendien is dit een overschatting want we hebben allerhande verliezen (o.a. de verliezen veroorzaakt door de distributie van de elektriciteit) verwaarloosd.

2.3 Oefeningen

1. Leid uit de waarden van “één vat olie” en “één ton olie” af hoeveel kg olie in een vat zit.
2. Bereken de potentiële energie van een voorwerp van 5kg bovenop een gebouw van 50m. Neem als referentie voor de potentiële energie a) de grond, b) halverwege het gebouw (25m) c) in een put van 20m diep. Bereken de eindsnelheid van dit voorwerp op de bodem de put van 20m, als het voorwerp van het gebouw valt (beginsnelheid nul).
3. Onderstel hetzelfde bolvormig voorwerp (straal $r=0.5\text{m}$) als in de vorige vraag (5kg op een hoogte van 50m) dat valt tot op de grond. Maar nu houden we ook rekening met het feit dat het voorwerp naast de gravitatie ook een kracht evenredig met zijn snelheid als gevolg van de wrijving met het omringende gas:

$$\vec{F}_d = -6\pi\mu r\vec{v}$$

ondervindt. Onderstel $\mu = 18 \times 10^{-6} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ de dynamische viscositeit van lucht. Bereken de totale energie die omgezet wordt in warmte door deze val.

4. Bereken de bindingsenergie tussen een proton en een elektron in een waterstofatoom als de afstand gelijk is aan $5,2917721092(17) \times 10^{-11}\text{m}$ op een klassieke manier.
5. Hoeveel potentiële energie bezitten 3 ladingen (+q,-2q,+q) als deze op een lijn vast zitten met onderlinge afstand d .
6. Onderstel een reactie A naar B met enthalpieverandering ΔH en reactiesnelheid k bereken vermogen dat vrijkomt bij deze reactie ivv de tijd. Maak gebruik van:

$$\frac{d[A]}{dt} = -k[A]$$

7. Beschouw een condensator met capaciteit C hoeveel energie is nodig om deze op te laden tot een spanning V . Onderstel dat dit een vlakke condensator is met oppervlakte A en afstand d ($\sqrt{A} \gg d$) met daar tussen vacuüm. Hoeveel energie is nodig om deze platen een afstand $\Delta d \ll d$ uit elkaar te trekken?

8. De intensiteit I van een geluidsgolf wordt heel vaak uitgedrukt in decibel B met de volgende definitie:

$$B = 10 \cdot 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

met $I_0 = 10^{-12} \text{Wm}^{-2}$. Als je registreert dat de intensiteit van het geluid van een F16A op 6000m 59dB is hoeveel vermogen verliest een straaljager dan door geluid.

9. Toon aan dat de Lorentz-kracht $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ geen arbeid kan verrichten op een geladen deeltje q .

10. De straling van de zon kan men beschouwen als een warmtestraler op een temperatuur $T = 6000\text{K}$. Bereken het totale vermogen dat ons aardoppervlak bereikt. (Gegeven: afstand aarde-zon= $149,6 \times 10^6 \text{km}$; diameter van de aarde= 12756km ; diameter van de zon= 1391000km)

11. Bereken de intensiteit van het zonlicht als de zon in loodrecht boven de gevraagde positie staat. Bereken eveneens de intensiteit van het zonlicht als de hoek met de zenit 40° is.

12. Bereken de energie die nodig is om een emmer (10l) water van 10°C op te warmen naar 60°C graden. (De warmte capaciteit van water= 4186J/kg/K)

13. Onderstel dat mijn GSM een vermogen straalt van 200mW als ik aan het bellen ben. Wat is de energie in de richting van mijn hoofd gestraald wordt als ik 0,5 uur bel. Let op dit wil niet zeggen dat die energie volledig geabsorbeerd wordt.

14. Onderstel dat het hoofd van de beller 6kg weegt en vrij kan bewegen, met welke snelheid moet een gsm van 80g tegen het hoofd botsen om dezelfde energieoverdracht als 0,5uur bellen (zie vorige vraag) te hebben. We veronderstellen voor deze berekening een volledige absorptie van de GSM straling wat zeker niet het geval is. Beschrijf de botsing als een centrale botsing.

15. Beschouw een stuk materiaal met weerstand R , zelfinductie L_Z en capaciteit C , hoeveel vermogen moet ik toevoegen aan het systeem om hierover een spanning $V = V_0 \sin(\omega t)$ te onderhouden.

16. Toon aan uit de wet van Faraday ($\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$) dat voor een vlakke elektromagnetische golf $E = cB$ geldt.

17. Toon aan dat de intensiteit in functie van de frekwentie van stralingswarmte een maximum vertoont.

18. Op de doos van mijn wifi-modem staat dat er een veld opgewekt wordt van 6V/m op een afstand van 1m, hoeveel vermogen straalt mijn modem dan uit als de uitzending isotroop gebeurt.

19. Het aardmagnetische veld is hier in de buurt aan het oppervlak ongeveer $58\mu T$ bereken de totale magnetische energie in een lokaal met oppervlakte grondvlak $50m^2$ en hoogte $3m$.

Hoofdstuk 3

Energieconsumptie

3.1 Wat is het probleem?

Aangezien er behoud van energie een wetmatigheid is in de fysica (1ste wet van de thermodynamica) is het soms wat merkwaardig dat er over een energieprobleem en de energieverliezen bij omzetting zoals in het vorige hoofdstuk gesproken wordt. In principe wil dat zeggen dat de energie nooit verloren gaat en toch besteden we zoveel aandacht aan het zorgvuldig omspringen met energie. Terwijl op basis van behoud van energie alles reversibel lijkt te zijn. Nu het feit dat we zorgvuldig met energieverbruik moeten omgaan zit in de 2de wet van de thermodynamica. Warmte heeft bijvoorbeeld spontaan de neiging om lopen van een warm naar een koud object terwijl deze warmtestroom omdraaien externe arbeid vergt een proces dat niet zomaar reversibel is. Dit is het makkelijkste te begrijpen als we het begrip entropy S invoeren, waarbij de entropie van een systeem verandert bij overdracht van warmte ΔQ :

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

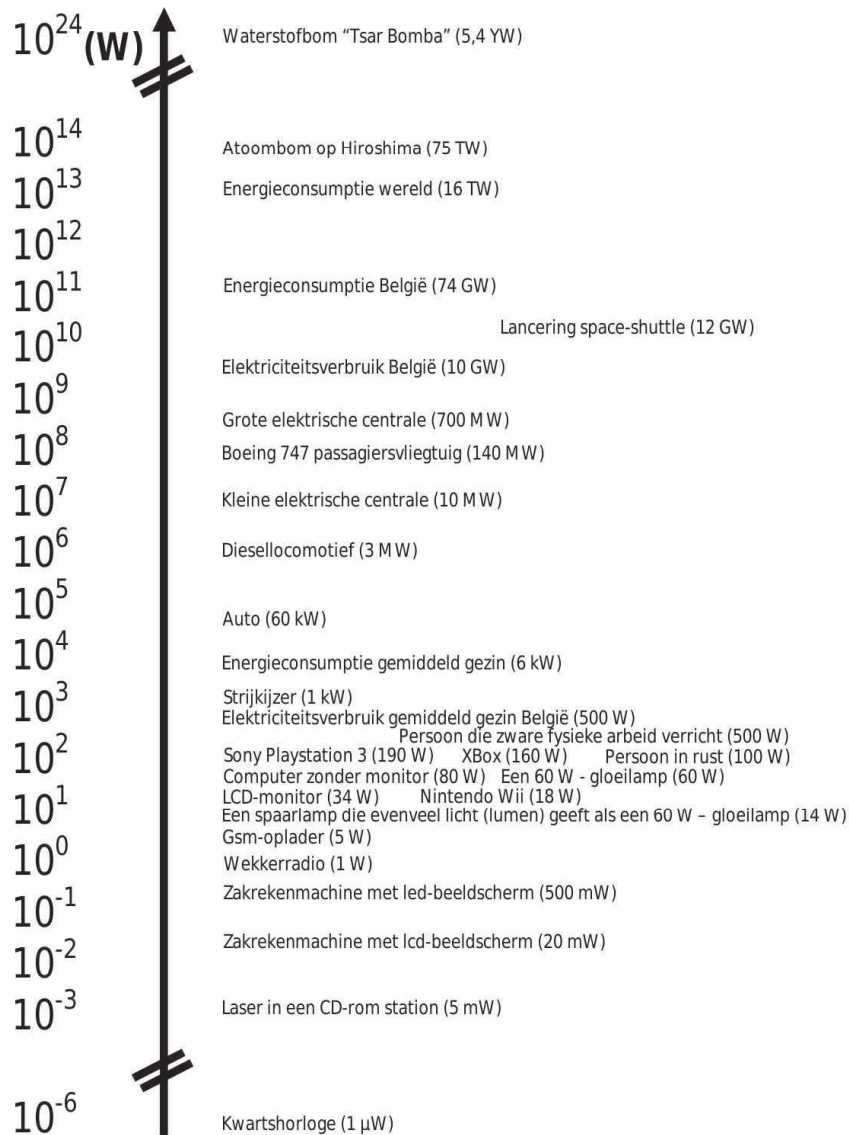
hierin is T de temperatuur van het systeem. Warmte overdracht zorgt dus voor een toename in entropie. De 2de wet van de thermodynamica zegt dus dat natuurlijke processen zorgen voor een algemene toename van de entropie. Als we dus energie verbruiken zetten we dus in principe een hoeveelheid energie om van een vorm met lage entropie naar een vorm met hoge entropie. Onze natuur heeft hierbij steeds de neiging om de entropie te maximaliseren. Het energieprobleem is dus in principe een entropieprobleem.

We in de volgende secties een paar voorbeelden van energieconsumptie bekijken en evalueren hoeveel energie er verbruikt wordt, of beter hoeveel energie we omgezet hebben naar een vorm met hogere entropie (die voor ons niet meer nuttig is).

3.2 Energieconsumptie

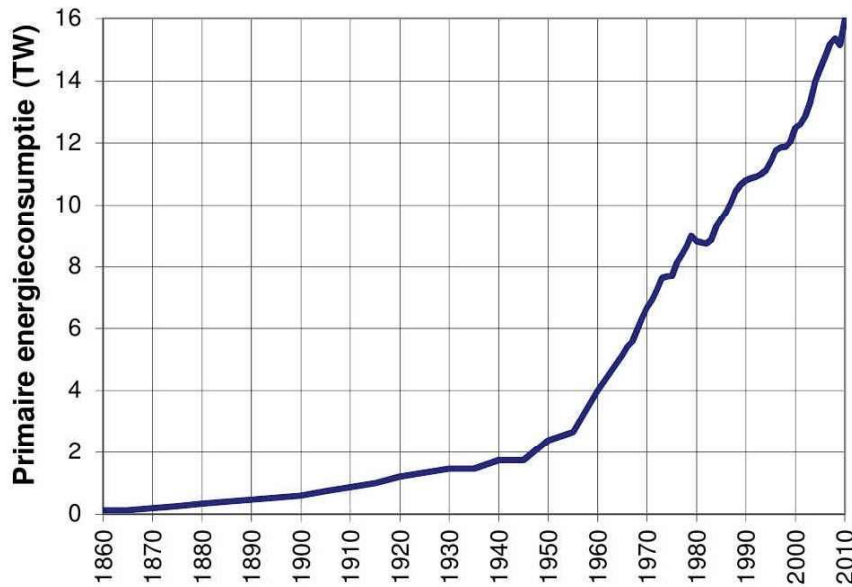
3.2.1 Wereldwijde energieconsumptie

De wereldpopulatie verbruikt steeds meer energie. De wereldwijde primaire energieconsumptie wordt vandaag de dag geschat op 16 TW en de sterke toename is opmerkelijk (figuur 3.2). Op vijftig jaar tijd is het energieverbruik maar liefst verviervoudigd! Deze



Figuur 1.6: Enkele typische grootteordes voor vermogensverbruik en -productie [5][6].

Figuur 3.1: Enkele typische grootteordes van vermogensverbruik en -productie.



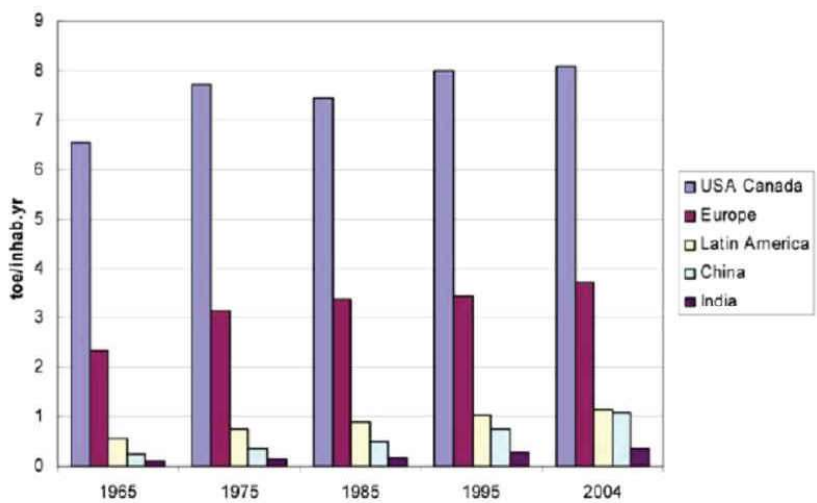
Figuur 3.2: De evolutie van de wereldwijde primaire energieconsumptie in TW.

sterke stijging zal zich in de volgende decennia blijven verderzetten. Immers, er worden elke dag 200 000 mensen meer geboren dan dat er sterven. Bovendien stijgen de energiebehoefte van burgers in groeielanden in Azië, Afrika en Zuid-Amerika.

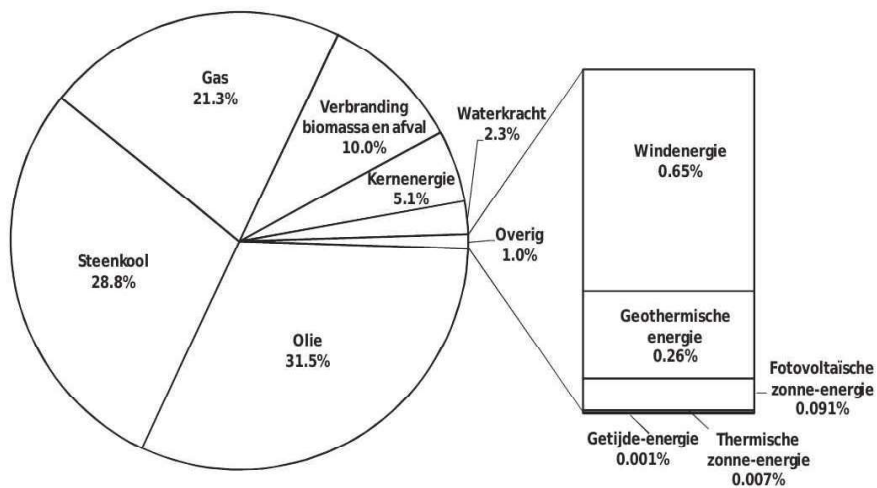
Niet elke wereldburger verbruikt evenveel energie. Er zijn grote regionale verschillen, vooral tussen ontwikkelde landen en ontwikkelingslanden (figuur 3.3). Zo verbruikt een inwoner van de Verenigde Staten maar liefst vijfmaal meer dan het wereldgemiddelde. Figuur 3.3 illustreert de enorme toename van het energieverbruik in China (ook al is het verbruik per persoon nog veel kleiner dan dat van de gemiddelde Europeaan of Amerikaan). Deze cijfers verbergen een nog groter totaal energieverbruik vermits de populatie in China steeg van ongeveer 730 miljoen in 1965 naar 1,3 miljard vandaag.

Waar komt deze energie vandaan? Figuur 3.4 geeft een antwoord op die vraag. Maar liefst 4/5 van onze energie is afkomstig van fossiele brandstoffen (olie, steenkool en gas). De verbranding van biomassa (bijvoorbeeld hout) en afval zorgt voor 10 % van onze energiebevoorrading. Dit aandeel is geen duurzame energiebron. Kernenergie voorziet in 5 % van onze energiebehoefte. Waterkracht levert 2,3 %. Het aandeel van de duurzame energiebronnen geothermische energie, windenergie, zonne-energie en getijdenenergie is wereldwijd te verwaarlozen. Figuur 3.5 geeft de evolutie in de tijd weer. Merk de opgang van kernenergie op in de jaren tachtig. Figuur 3.6 geeft de wereldwijde verdeling weer van de primaire energieconsumptie volgens sector. De transportsector is de grootste slokop met 31 %. De transportsector haalt zijn energie bijna uitsluitend uit olie (zie ook figuur 3.13). Immers, een auto rijdt op een afgeleid product van olie, namelijk benzine, diesel.... Het belang van olie in de transportsector verklaart waarom olie onze belangrijkste bron van energie is (figuur 3.4).

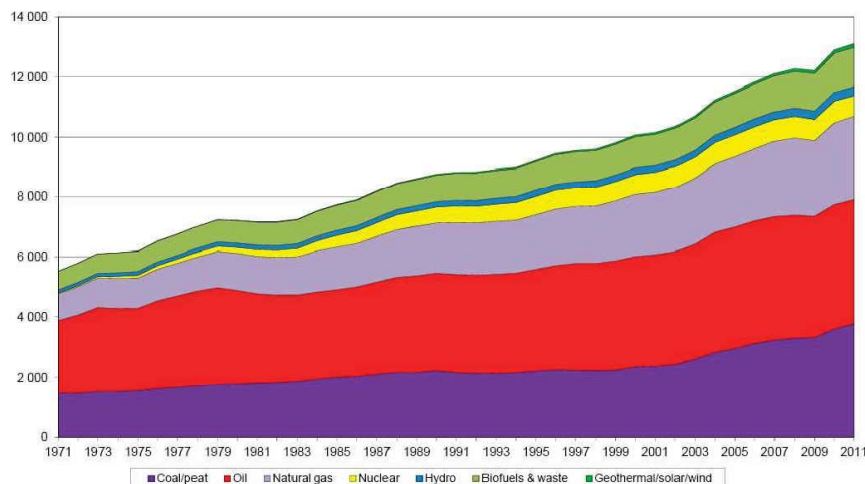
Onze fabrieken verbruiken 30 % van de primaire energie. Iets meer dan een kwart van de primaire energiebehoefte is op rekening van residentieel (huishoudelijk) gebruik; dit omvat het verwarmen van ons huis met stookolie, het draaien van de wasmachine, het branden van onze thuisverlichting, enz...



Figuur 3.3: De jaarlijkse energieconsumptie per inwoner in t.o.e. voor verschillende regio's.



Figuur 3.4: Verdeling van de primaire energie wereldwijd in 2011.



Figuur 3.5: Evolutie van de primaire energieconsumptie in de tijd (in Mt.o.e.).

Een belangrijke (want kwalitatief hoogwaardige) secundaire energiedrager is elektriciteit. Wereldwijd wordt 2,3 TW elektriciteit geproduceerd. Figuur 3.7 geeft aan op welke manier deze elektriciteit gegenereerd wordt. Het primaire energieverbruik voor elektriciteitsopwekking ligt heel wat hoger, ongeveer 7,0 TW (figuur 3.8). Door omzettingsverliezen gaat 4,2 TW van de primaire energie verloren. Transmissieverliezen veroorzaken 0,5 TW verlies.

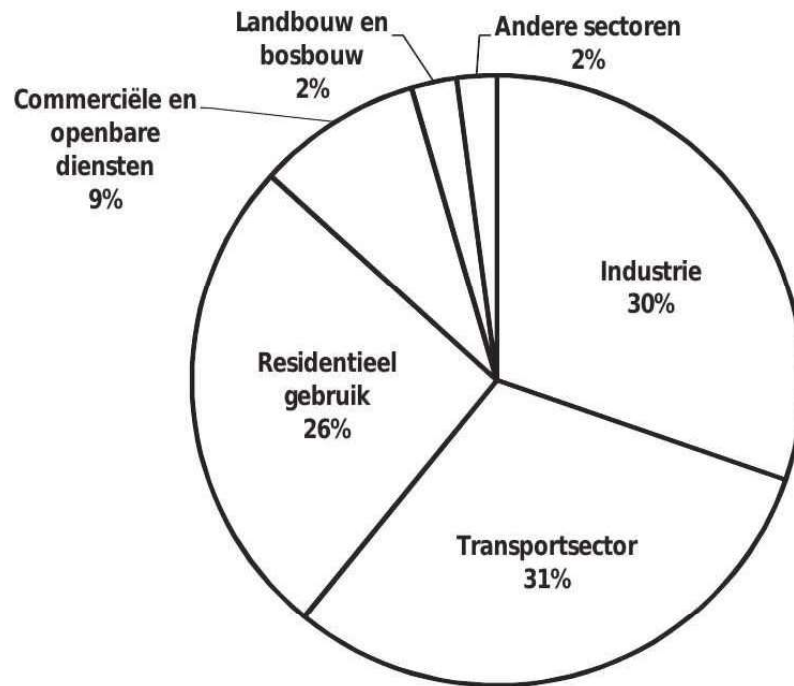
3.2.2 Regionale energieconsumptie

Figuur 3.4 geeft de verdeling van de energiebronnen wereldwijd. Regionaal zijn er echter grote verschillen. Enkele voorbeelden ter illustratie vindt u in figuren 3.9 en 3.10. Merk het grotere aandeel (relatief) van de verbranding van biomassa op in onderontwikkelde landen, in het bijzonder Afrika.

3.2.3 Energieconsumptie en -productie in België

Figuur 3.11 geeft de verdeling weer van de primaire energieconsumptie in België. Merk eerst en vooral het bedroevende aandeel van duurzame energiebronnen op (0,7 % wind- en zonne-energie, <0,1 % waterkracht). België haalt zelfs niet het wereldwijde gemiddelde. Omwille van het reliëf en de hoge bevolkingsdichtheid is een significante uitbreiding betreffende waterkracht in België niet realistisch. Een (klein) deel van de verbranding van biomassa en afval (9,0 %) is duurzaam. De overheid catalogeert echter dit hele aandeel als “duurzaam”. In het volgende hoofdstuk zullen we zien dat bijvoorbeeld “het verbranden van restafval” niet voldoet aan de definitie van duurzame energiebron.

Figuur 3.12 toont de evolutie van de primaire energieconsumptie naar type brandstof. De opgang van kernenergie is duidelijk zichtbaar. In figuur 3.13 ziet u de verdeling volgens sectoren naar type secundaire brandstof. Figuur 3.14 tenslotte geeft de evolutie weer van de verschillende types brandstoffen die gebruikt worden om elektriciteit te genereren in



Figuur 3.6: Verdeling primaire energie wereldwijd in 2007 volgens sector.

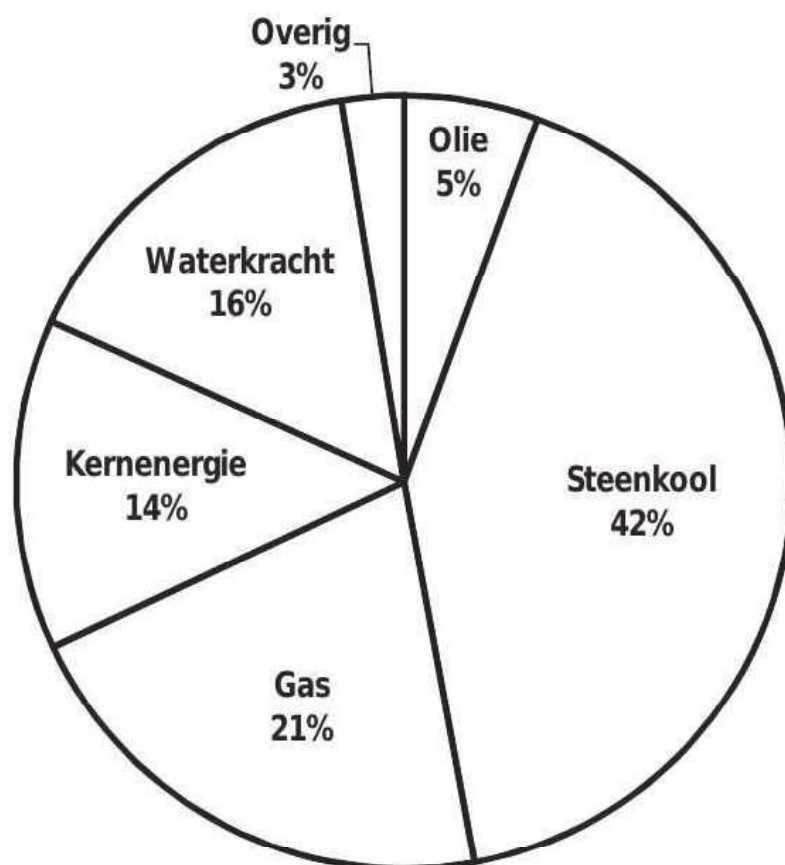
België. Ook al is olie in België de belangrijkste primaire energiebron, toch wordt deze brandstof amper gebruikt voor elektriciteitsgeneratie.

3.3 Auto's

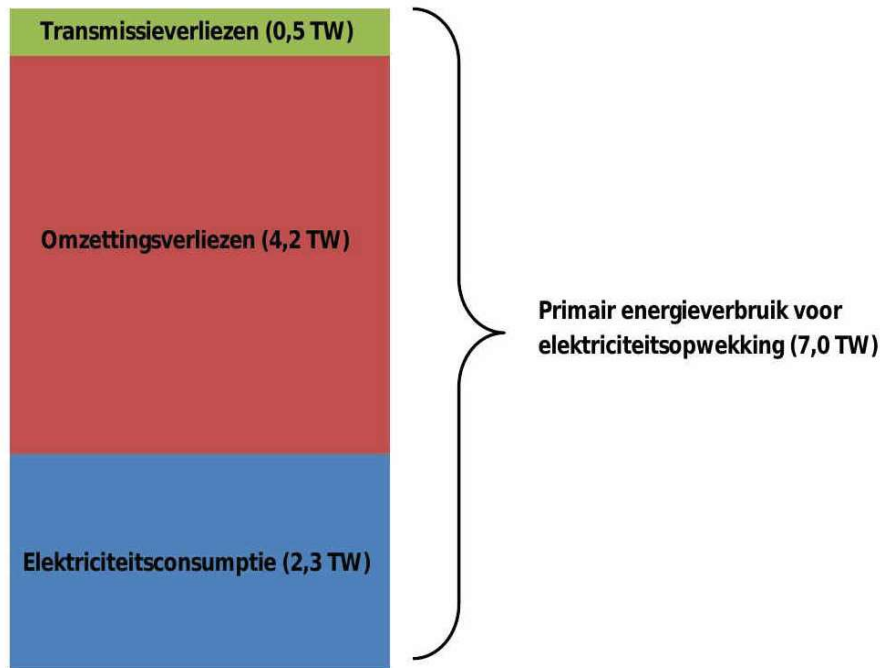
Om af te schatten hoe en hoeveel energie we verbruiken beschouwen we het verbruiksvoorstel de auto: een bepaalde auto kost de bestuurder of gebruiker een bepaalde hoeveelheid energie per dag. Dit is natuurlijk afhankelijk van het rijgedrag en het type wagen waarover we beschikken. We kunnen de energie per tijdseenheid schrijven als:

$$\frac{\text{energie}}{\text{tijd}} = \frac{\frac{\text{afstand}}{\text{dag}}}{\text{volume}_{\text{brandstof}}} \times \frac{\text{energie}}{\text{volume}_{\text{brandstof}}}$$

Onderstel dat we gemiddeld 50km per dag afleggen, onze auto $\frac{5l}{100km}$ verbruikt en de energie in één liter benzine $10kWh$ is. Dit wil zeggen dat het vermogen dat constant verbruikt wordt door deze wagen en dit wagengebruik ongeveer $1kW$ is. We kunnen zien dat dit een waarde is die niet alleen de eigenschappen van onze auto maar ook ons rijgedrag in rekening brengt. Het resultaat is een energie per tijdseenheid en stelt dus het vermogen voor dat continu 'verloren' gaat door het gebruik van onze wagen. Zoals ook besproken in de vorige sectie bestaat er behoud van energie en zetten we dus een bepaalde hoeveel energie per tijdseenheid om een vorm die minder nuttig/waardevol is. Laten we eens kijken waar de energie heen is gegaan bij het rijden met onze auto. De energie in een auto aangedreven met brandstof gaat naar:



Figuur 3.7: Oorsprong van de gegenereerde elektriciteit wereldwijd in 2007.



Figuur 3.8: De wereldwijde primaire energieconsumptie betreffende elektriciteit.

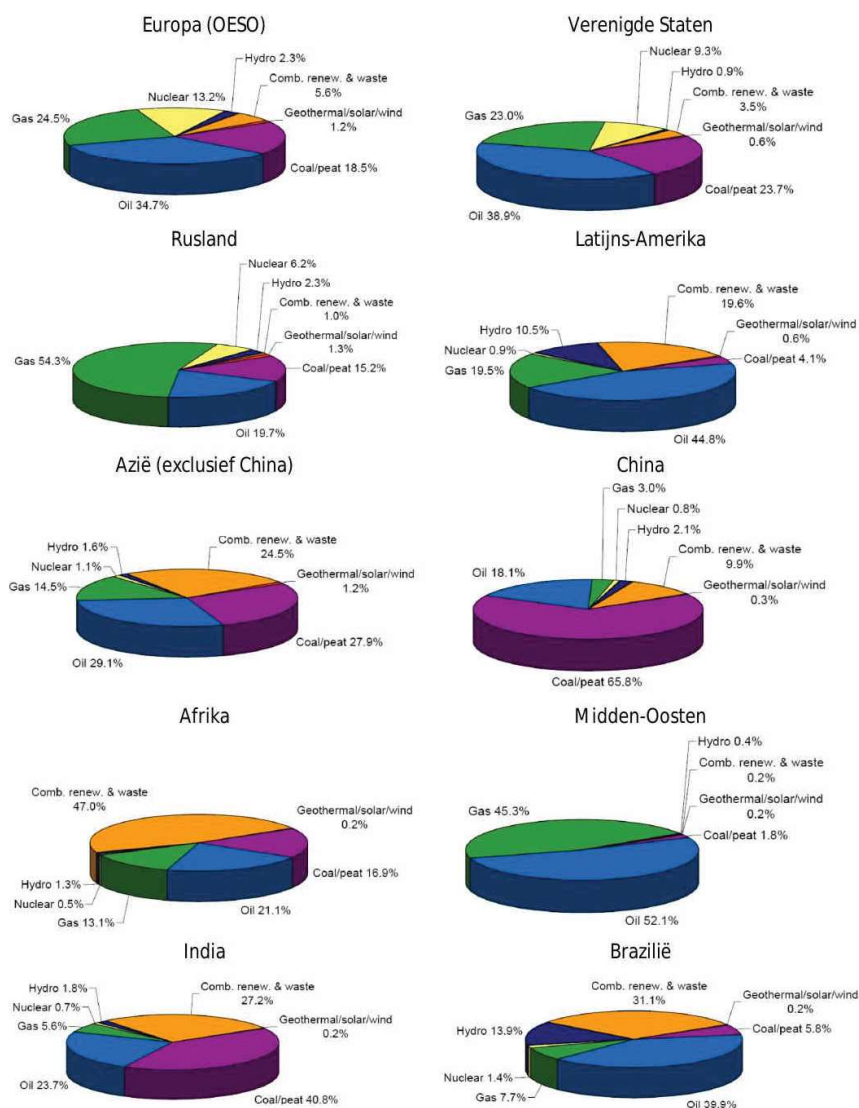
- Versnellen en vertragen als gevolg van het remmen. De kinetische energie van de auto moet opgebouwd en terug afgevoerd worden.
- De luchtweerstand. Door te rijden krijgt de lucht waarmee we botsen ook een kinetische energie.
- Rolweerstand. De wrijving van de wielen met het wegdek.
- Warmte $1-\eta$ (Een bepaalde fractie van de energie wordt in de motor gedissipeerd als warmte omwille van de inefficiënte energieomzetting in de motor. Neem bijvoorbeeld 75%)

Versnellen en vertragen

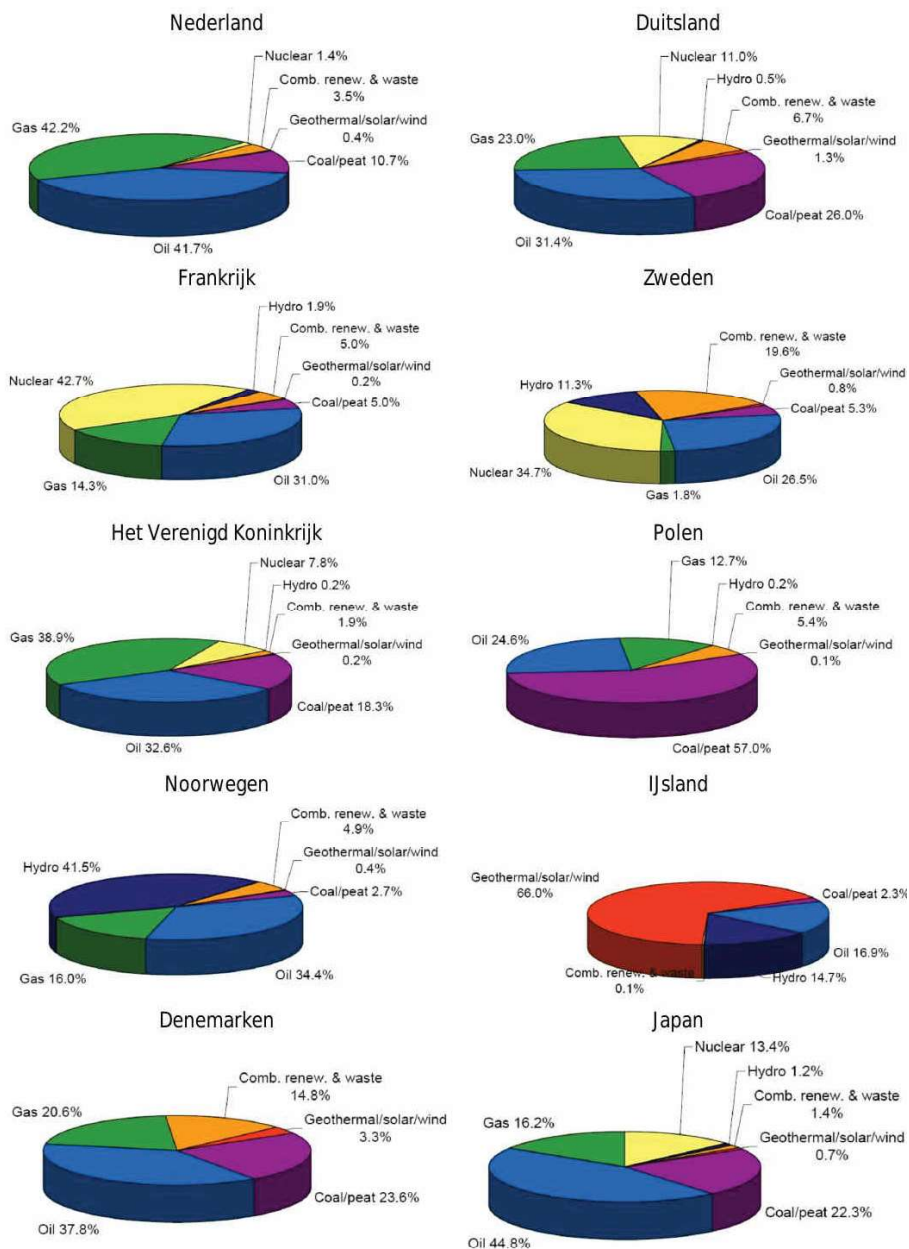
We voeren een afstand d in die kan geïnterpreteerd worden als de afstand waarin de volledige kinetische energie van de wagen verloren gaat in het remmen, en zodoende terug moet opgebouwd worden. Deze afstand d is niet exact de afstand die afgelegd wordt, maar een karakteristieke afstand die gebruikt wordt om het vermogensverbruik van de wagen af te schatten door te remmen en opnieuw te versnellen. Natuurlijk is het zo dat hoe verder te afgelegde weg zonder veel fluctuaties in de snelheid hoe groter de parameter d zal zijn. Het afgevoerde vermogen door het remmen en terug versnellen kan dan geschreven worden als:

$$P_{remmen} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{d}{v}} = \frac{\frac{1}{2}mv^3}{d}$$

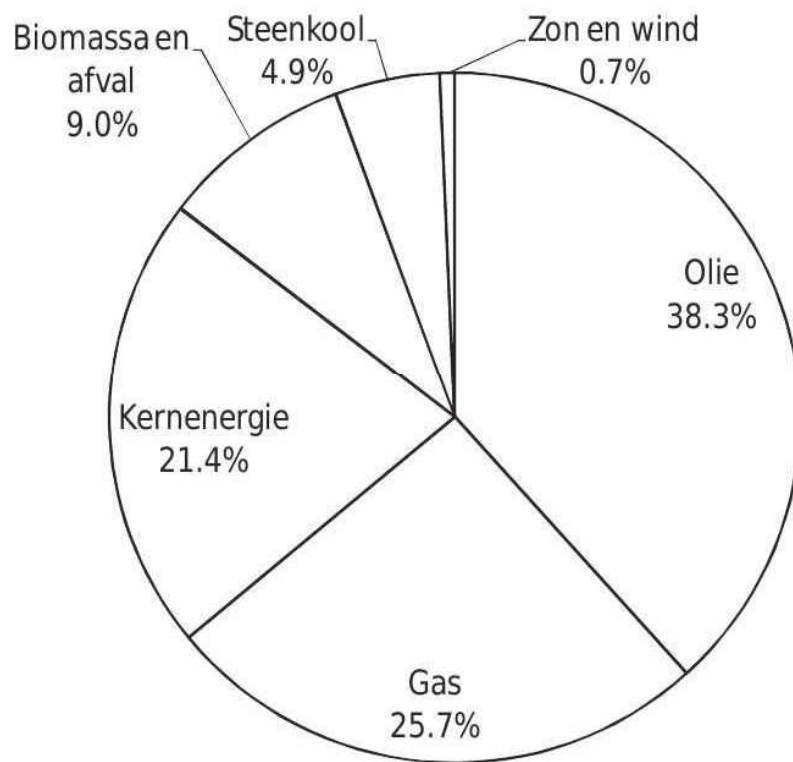
hierin is m de massa en de v de snelheid van de auto.



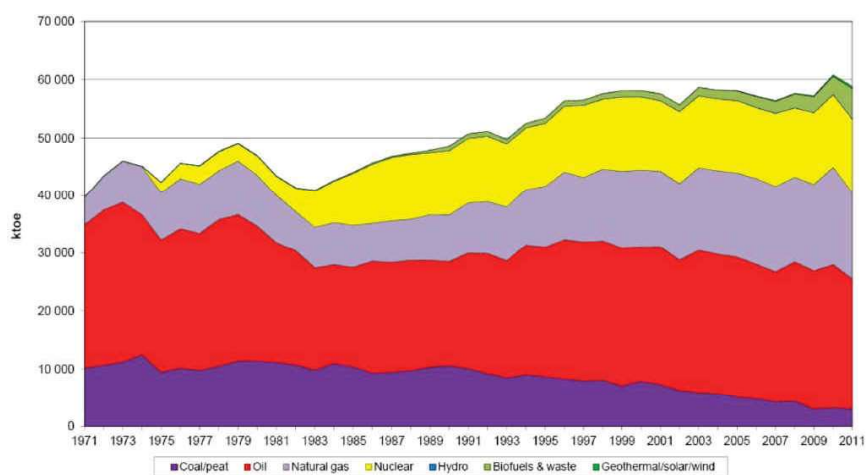
Figuur 3.9: Verdeling van de primaire energie in verscheidene regio's en landen in 2007 (exclusief internationale elektriciteitshandel).



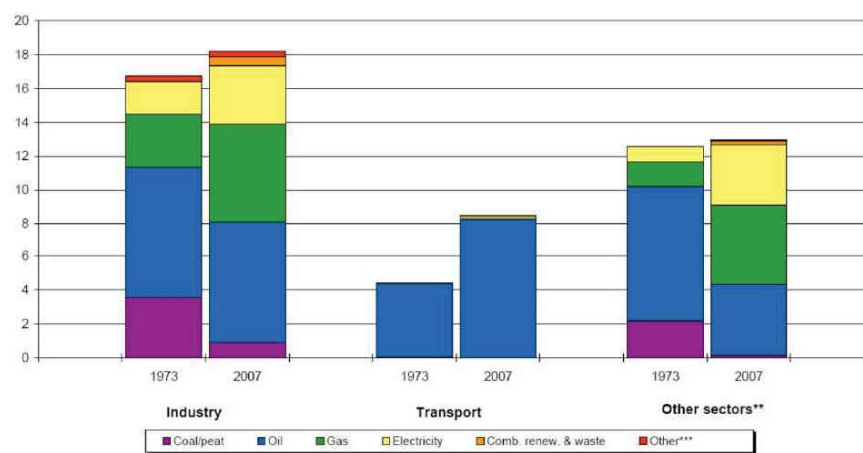
Figuur 3.10: Verdeling van de primaire energie in verscheidene landen in 2007 (exclusief internationale elektriciteitshandel).



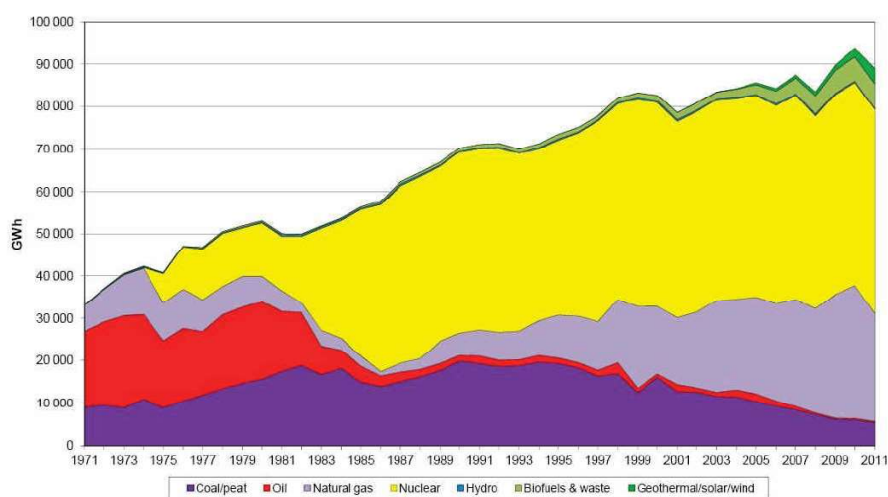
Figuur 3.11: Verdeling van de primaire energieconsumptie in België in 2011.



Figuur 3.12: Evolutie in de tijd van de primaire energieconsumptie in België in (in kt.o.e.).



Figuur 3.13: Verdeling (secundaire) energie in België in 2007 volgens sector (in Mt.o.e.).



Figuur 3.14: Evolutie in de tijd van de Belgische elektriciteitsgeneratie volgens type brandstof (in GWh).

Luchtweerstand

De luchtweerstand kan men beschrijven als een gevolg van afvoeren van energie naar de lucht. Het totale volume aan lucht waarmee onze wagen in aanraking komt in een tijd t kunnen we voorstellen als een balk met oppervlakte grondvlak de frontale oppervlakte van de wagen A en hoogte $v.t$. Als we dit volume aan lucht een snelheid v gelijk aan de snelheid van de wagen geven dan wordt de kinetische energie van dit stuk lucht:

$$\frac{1}{2}m_{\text{air}}v^2 = \frac{1}{2}\rho v t A v^2 = \frac{1}{2}A\rho v^3 t$$

en het tempo waarmee de energie wordt gedissipeerd naar de lucht

$$P_{\text{lucht}} = \frac{\frac{1}{2}\rho A v t v^2}{t} = \frac{1}{2}\rho A v^3$$

We horen hier wel op te merken dat de frontale oppervlakte moet gecorrigeerd worden met een luchtweerstandscoefficient c_d die de aerodynamica van de wagen in rekening brengt, waardoor het vermogen:

$$P_{\text{lucht}} = \frac{1}{2}\rho c_d A v^3$$

wordt.

Rolweerstand

De grootte van de rolweerstand van de auto is net als de wrijvingsweerstand (zie cursus fysica) evenredig met de zwaartekracht die inwerkt op de auto:

$$F = C_{rr} m g$$

Hierin is C_{rr} de rolweerstandscoefficient is < 1 . Het vermogen dat door de rolweerstand verloren gaat kan dus makkelijkst geschreven worden als een arbeid die geleverd moet worden als gevolg van die kracht per tijdseenheid:

$$P = F \frac{dx}{dt} = F \cdot v = C_{rr} m g v$$

De som van al deze verliezen inclusief de efficiëntie van de motor η kan dus geschreven worden als:

$$P = \frac{1}{\eta_{\text{motor}}} (P_{\text{remmen}} + P_{\text{luchtweerstand}} + P_{\text{rolweerstand}})$$

$$P = \frac{1}{\eta_{\text{motor}}} \left(C_{rr} m g v + \frac{1}{2} c_d \rho A v^3 + \frac{\frac{1}{2} m v^3}{d} \right)$$

Als we een wagen gebruiken wensen we een verplaatsing te maken Δx en is het energieverlies per afgelegde weg te schrijven als: $\frac{\Delta E}{\Delta x}$

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{P \Delta t}{\Delta x} = \frac{P}{v}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{\eta_{\text{motor}}} \left(C_{rr} m g + \frac{1}{2} \rho c_d A v^2 + \frac{\frac{1}{2} m v^2}{d} \right)$$

In het algemeen kan de auto dus duurzamer gemaakt worden door:

- verkleinen van de luchtweerstandscoefficient
- verkleinen van de frontale oppervlakte
- door trager te rijden, het is niet onbelangrijk op te merken dat de fabrikanten de motor optimaliseren voor een bepaalde economisch aanvaardbare snelheid, terwijl onze conclusie gebaseerd is op een efficiëntie η die onafhankelijk is van de snelheid van de wagen.
- efficiëntie van de motor

Daarnaast is het energieverlies per afgelegde weg $\frac{\Delta E}{\Delta x}$ door de luchtweerstand en het remmen/versnellen beide kwadratisch met de snelheid v . We kunnen dus een kritische afstand d^* berekenen waarvoor het remmen/versnellen een gelijke invloed heeft op de energieverliezen dan de luchtweerstand:

$$\frac{1}{2}\rho A v^2 = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{d^*}$$

$$\rho A = \frac{m}{d^*}$$

$$d^* = \frac{m}{\rho A}$$

Hieruit kunnen we dus afleiden dat als onze afstand tussen onderlinge tussenstops kleiner is dan d^* dan is $d < d^*$ en worden de energieverliezen voornamelijk bepaald door het vertragen en versnellen. Terwijl als er grote afstanden afgelegd worden $d \gg d^*$ aan een nagenoeg constante snelheid de energieverliezen onafhankelijk zijn van de massa van de wagen en het duurzamer is om met meerderen samen in de wagen te zitten. We horen hierbij nog op te merken dat deze afschatting geen rekening heeft gehouden met de productie van de auto en de productie en het aanbieden van brandstof.

3.4 Vliegtuigen

Net als voor auto's, gaan we in deze sectie bekijken hoeveel energie er geconsumeerd wordt door het gebruik van een vliegtuig. Natuurlijk integenstelling tot het model voor auto's hebben vliegtuigen energie nodig om in de lucht te blijven. Om deze energie af te schatten gebruiken we de wetten van Newton.

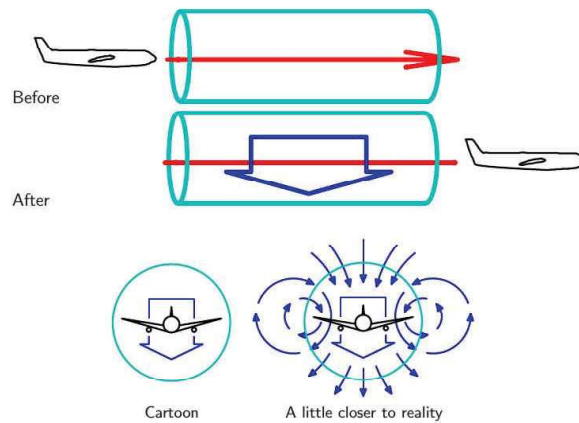
De kracht die nodig is om het vliegtuig in de lucht te houden is door actie en reactie (3de wet van Newton) gelijk aan de kracht die het vliegtuig moet maken op de lucht:

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

En met behulp van Newtons 2de wet weten we dat deze kracht gelijk is aan de afgeleide van de impuls.

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Beschouwen we net als bij de auto een cilinder lucht die verstoord wordt door het vliegtuig in een tijd t met oppervlakte grondvlak A_s en hoogte vt . dan is de massa van de lucht



Figuur 3.15: Schets van de beïnvloeding van de lucht door het vliegtuig.

in deze cilinder:

$$m_{cilinder} = \rho v t A_s$$

Krijgt deze lucht een snelheid u naar beneden gericht dan is de impuls:

$$m_{cilinder} u = \rho v t A_s u$$

Anderzijds kunnen we ook de impuls van het vliegtuig uitrekenen:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

dus

$$F dt = dp$$

dus

$$p = mgt$$

Door de wet van actie en reactie moet de impuls van het vliegtuig gelijk zijn aan de cilinder lucht die beïnvloedt wordt:

$$\rho v t A_s u = mgt$$

waardoor de snelheid naar beneden van de lucht berekend kan worden

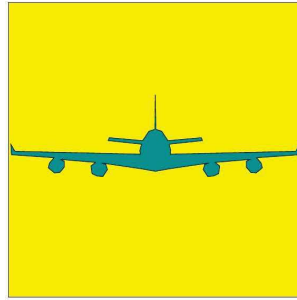
$$u = \frac{mg}{\rho v A_s}$$

Merk op dat de snelheid u omgekeerd evenredig is met de snelheid van het vliegtuig v . Het vermogen of de energie per tijdseenheid die nodig is om in de lucht te blijven kan dan geschreven worden als:

$$P_{\text{lift}} = \frac{1}{2} \frac{1}{t} m_{cilinder} u^2 = \frac{1}{2} \frac{(mg)^2}{\rho v A_s}$$

Daarnaast kunnen we ook de luchtweerstand in rekening brengen op een gelijke manier als bij de wagen:

$$P_{\text{luchtweerstand}} = \frac{1}{2} c_d \rho A_p v^3$$



Figuur 3.16: Grafische voorstelling van de verschillende ingevoerde oppervlaktes bij de berekening.

met c_d de luchtweerstandscoefficient en A_p de frontale oppervlakte. De uitdrukking voor het totale vermogen dat dus verloren gaat door het vliegtuig wordt dan:

$$P_{total} = P_{luchtweerstand} + P_{lift} = \frac{1}{2}c_d\rho A_p v^3 + \frac{1}{2} \frac{(mg)^2}{\rho v A_s}$$

Rekenen we dit uit per afgelegde weg en houden we rekening met de efficiëntie van de motor η :

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{\eta} \frac{P \Delta t}{v \Delta t} = \frac{1}{\eta} \left(\frac{1}{2}c_d\rho A_p v^2 + \frac{1}{2} \frac{(mg)^2}{\rho v^2 A_s} \right)$$

Deze functie is van de vorm $f(v) = av^2 + \frac{b}{v^2}$ en heeft dus een minimum voor een snelheid $v > 0$ en is dus minimaal als $v^4 = \frac{b}{a}$:

$$v_{opt}^2 = \frac{mg}{\rho \sqrt{c_d A_p A_s}}$$

Het is natuurlijk economisch om de verbruikte energie per afgelegde weg te berekenen.

$$F = \left. \frac{\Delta E}{\Delta x} \right|_{ideaal} = \frac{1}{\eta} c_d \rho A_p v_{opt}^2 = \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{c_d A_p}{A_s}} mg = \frac{1}{\eta} \sqrt{c_d f_A} mg$$

waarbij we een factor f_A die de verhouding van deze twee oppervlakten is ingevoerd hebben:

$$f_A = \frac{A_p}{A_s}$$

Daarnaast kunnen we ook bekijken hoeveel energie het kost per vervoerde totale gewicht :

$$\frac{\frac{\Delta E}{\Delta x}}{m} = \frac{F}{m} = \frac{\sqrt{c_d f_A}}{\eta} g$$

Merk op dat dit een dimensie heeft van een versnelling zoals verwacht.

3.5 Verwarming en koeling

In deze sectie bekijken we hoeveel vermogen we spenderen om onze omgeving op de gewenste temperatuur T te houden, op te warmen of af te koelen. Maar dit kan bijvoorbeeld ook zijn het opwarmen of koelen van ons drinken, eten, de was en de vaat.

Wat onze toestellen betreft zullen de grote verbruikers van warm water baden, douchen, vaatwasmachines en wasmachines zijn. Voor een bad bijvoorbeeld met afmetingen $50\text{cm} \times 15\text{cm} \times 150\text{cm} \approx 110\text{l}$. Veronderstel dat de temperatuur van het bad 50°C is en dat het origineel aangeleverd wordt bij een temperatuur van 10°C . Bij een warmtecapaciteit van $4200 \frac{\text{J}}{\text{l}^\circ\text{K}}$ wordt de energie die nodig is om dit volume water 40°C te laten stijgen.

$$E = 4200 \frac{\text{J}}{\text{l}^\circ\text{C}} \times 110\text{l} \times 40^\circ\text{C} \approx 18\text{MJ}$$

Onderstel dat we er in slagen om een douche te nemen met 30l water dan zou dit slechts: $\approx 5\text{MJ}$ zijn.

3.5.1 Verwarming van gebouwen

Een perfect geïsoleerd gebouw behoudt in principe de aanwezige warmte voor altijd (Behoud van Energie), maar dat is voor realistische gebouwen niet het geval, daar moet energie toegevoegd worden om de gewenste temperatuur te behouden. De twee belangrijkste redenen waarom gebouwen warmte verliezen zijn:

- Conductie: de warmte stroomt door muren, vensters en deuren
- Ventilatie: warme lucht vliegt door speten en gaten of bewust door ventilatiegaten

In de theorie van warmteverliezen zijn deze tempo's evenredig met het temperatuurverschil tussen de buiten- en binnenkant.

Conductie

Het tempo van de warmtegeleiding (conductie) door een muur, plafond, vloer of venster is het product van drie factoren: de oppervlakte A , de thermische transmissie U (U-waarde) en het temperatuurverschil:

$$P = A \times U \times \Delta T$$

De U-waarde wordt logischerwijze weergegeven in $\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$ of het vermogensverlies per vierkante-meter en per graad temperatuurverschil. Grotere U-waarden betekenen grotere verliezen en hoe dikker de muur is hoe kleiner de U-waarde. De U-waarde is in het algemeen afhankelijk van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ en de dikte d

$$U = \frac{\lambda}{d}$$

Net als bij de elektrische geleidbaarheid van materialen kan men ook een opeenvolging van materialen beschouwen als een serieschakeling waarbij de totale geleidbaarheid kan geschreven worden als:

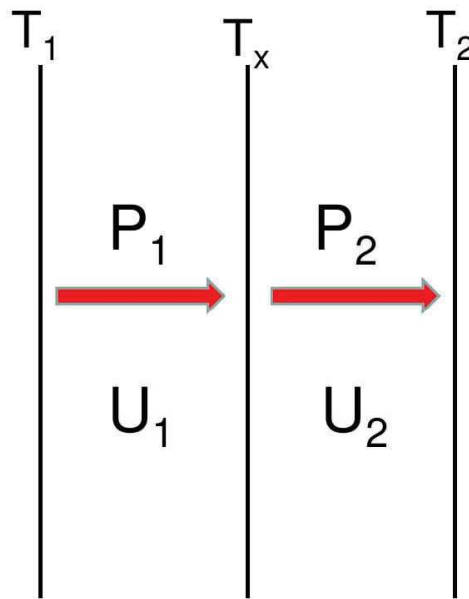
$$U_{\text{serie}} = \frac{1}{\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2}}$$

Dit kan makkelijk begrepen worden als we twee lagen in serie beschouwen met U-waarde U_1 en U_2 . Het vermogen dat stroomt door de eerste laag moet dan gelijk zijn aan het vermogen door de tweede laag:

$$P_1 = P_2 \quad \Rightarrow \quad AU_1(T_1 - T_x) = AU_2(T_x - T_2)$$

stof	$\lambda(W/m/K)$
beton	1,4
baksteen	1,1
glas	0,9
gips	0,4
hout (eik)	0,18
hout (den)	0,12
isolatie	0,03

Tabel 3.1: Een voorbeeld van enkele typische warmtegeleidingscoëfficiënten.



Figuur 3.17: Voorstelling van 2 lagen met verschillende thermische geleidbaarheid in serie.

waaruit volgt dat:

$$T_x = \frac{U_1 T_1 + U_2 T_2}{U_1 + U_2}$$

Dit invullen in het vermogensverlies van de eerste laag (of tweede laag) $P_1 = AU_1(T_1 - T_x)$ geeft:

$$P = P_1 = P_2 = A \left(\frac{U_1 U_2}{U_1 + U_2} \right) (T_1 - T_2)$$

Ventilatie

Omdat we de geventileerde lucht telkens moeten opwarmen tot de temperatuur binnen in het gebouw moeten we rekening houden met de warmtecapaciteit van de lucht: $C_{lucht} = 1,5 \frac{kJ}{m^3 K}$. In bouwkunde is het gebruikelijk om het bijhorende vermogen dat nodig is om deze lucht op te warmen te schrijven in functie van N het aantal keer deze lucht ververst wordt per tijdseenheid, het volume van de ruimte V en het temperatuurverschil

ΔT tussen de binnenkant en de buitenkant van het gebouw.

$$P = CNV\Delta T$$

De totale energie

Omdat de energie die nodig is het vermogen P maal de tijd Δt , kan het energieverlies genoteerd worden als:

$$E = P\Delta t = AU \times \Delta T \times \Delta t + CV \times \Delta T \times \Delta t = (AU + CNV) \Delta T \Delta t \quad (3.1)$$

Waarbij we natuurlijk de eerste factor $(AU + CNV)$ moeten sommeren over alle muren, daken, deuren, vensters en de ventilatie voor alle ruimtes. Dit omvat de thermische eigenschappen van het gebouw en wordt soms de warmte-verliescoëfficiënt genoemd. Wat maakt dat formule (3.1) kan gesommeerd worden als de totale energie nodig voor een bepaalde periode $t = \sum_i \Delta t_i$. Om onze berekening makkelijker te maken kiezen we ervoor om de totale periode waarover we het energieverlies willen uitmiddelen te verdelen in stukjes van gelijke temperatuursverschillen ΔT_i . Deze energie wordt dan omgerekend naar een gemiddeld vermogensverlies door te delen door de totale periode $t = \sum_i t_i$ vaak wordt hiervoor een jaar genomen.

$$P = \frac{E}{t} = \left(\sum_j A_j U_j + C \sum_k N_k V_k \right) \frac{\sum_i \Delta T_i \Delta t_i}{\sum_i t_i} \quad (3.2)$$

De tweede factor $\frac{\sum_i \Delta T_i \Delta t_i}{\sum_i t_i}$ wordt de thermische vraag genoemd en is uitgedrukt als een temperatuur K , maar op dit makkelijk te kunnen interpreteren wordt er vaak gesproken over aantal graad dagen per jaar.

We hebben natuurlijk nu enkel het verloren vermogen door thermische verliezen van het gebouw besproken. Merk op dat de energie die verbruikt wordt ook afhankelijk is van de efficiëntie η van het verwarmingssysteem:

$$E_{\text{verbruik}} = \frac{E_{\text{verloren}}}{\eta}$$

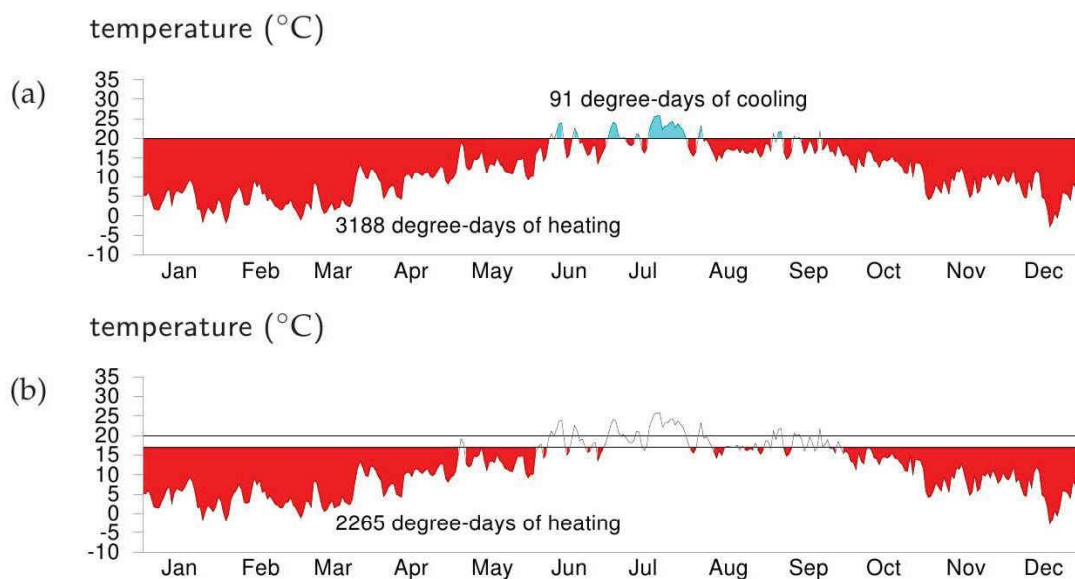
We kunnen dus het energieverbruik voor verwarming van onze gebouwen reduceren door:

- De thermische vraag verminderen
- De thermische lekken te verminderen
- De efficiëntie van onze verwarming laten toenemen

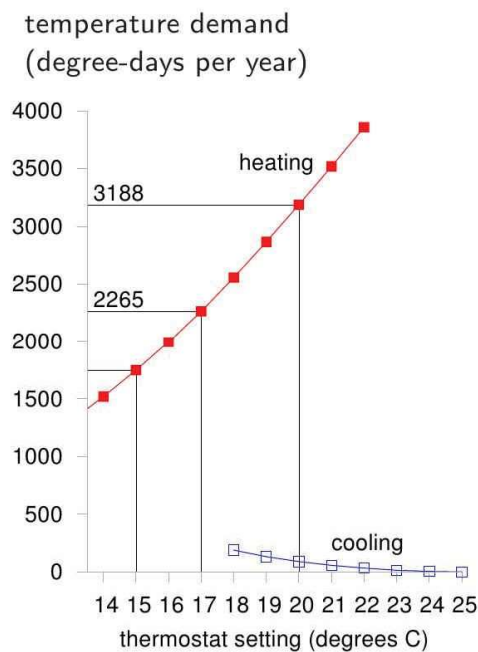
Natuurlijk zou men ook gebouwen kunnen optimaliseren zodat natuurlijk warmte van bijvoorbeeld de zon gewonnen wordt, maar we laten dit even achterwege in deze sectie. Daarnaast kan men ook opmerken dat het verbruik van energie lineair toeneemt met de totale oppervlakte van de gevels en het totale volume. Daarom worden gebouwen vergeleken per oppervlakte-eenheid vloer, onderstel dat S de totaal bruikbare oppervlakte van het gebouw is dan:

$$\text{Energieprestatiewaarde} = \frac{E}{S} = \frac{E_{\text{verloren}}}{S\eta}$$

Een waarde die terugvinden in een energieprestatiecertificaat.



Figuur 3.18: De thermische vraag voor Cambridge 2006 weergegeven als een oppervlak onder de gemiddelde temperatuur in geval (a) De thermostaat werd op 20°C gezet, en er werd rekening gehouden met koeling (b) de winter thermostaat werd op 17°C gezet



Figuur 3.19: De thermische vraag in graad-dagen per jaar in functie van de ingestelde temperatuur van de thermostaat.

Voorbeeld 1

Een spouwmuur is opgebouwd uit:

- Binnenspouwblad 10cm kalkzandsteen, $\lambda = 1,0$
- Isolatie 8cm steenwol, $\lambda = 0,035$
- Buitenspouwblad 10cm metselbaksteen, $\lambda = 1,0$

De warmteweerstand voor deze constructie wordt dan:

$$R_c = \sum \frac{d}{\lambda} = 0,1 + 2,3 + 0,1 = 2,5 \frac{m^2 K}{W}$$

Houden we ook rekening met de warmteovergangsweerstand grenslaag binnen $R_{bi} = 0,13 \frac{m^2 K}{W}$ en grenslaag buiten $R_{bu} = 0,04 \frac{m^2 K}{W}$ dan geeft de warmteovergangsweerstand $R = R_c + R_{bi} + R_{bu} = 2,5 + 0,13 + 0,04 \frac{m^2 K}{W}$ De U-waarde wordt dan:

$$U = \frac{1}{R} = \frac{1}{2,7} = 0,37 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Voorbeeld 2

We nemen een stookseizoen van 240 dagen, met een gemiddeld temperatuurverschil tussen binnen en buiten van $11,5^\circ C$.

Transmissieverlies:

- $145 m^2$ gevel, dak en begane grond vloer, $U = 0,32 \frac{W}{m^2 \cdot K}$
- $14 m^2$ beglazing, $U = 1,8$

$$q_{tr} = UA(T_{bi} - T_{bu}) = (0,32 \cdot 145 + 1,8 \cdot 14) = 823W$$

Ventilatieverliezen:

- ventilatiehoeveelheid $230 \frac{m^3}{uur} = 0,064 \frac{m^3}{s}$
- rendement warmteterugwinning 65%

$$q_{ve} = \rho \cdot c_p \cdot \Phi_v \cdot (T_{bi} - T_{bu}) \cdot (1 - \rho_{wtw}) = 1,2 \cdot 1004 \cdot 0,064 \cdot 11,5 \cdot 0,35 = 310W$$

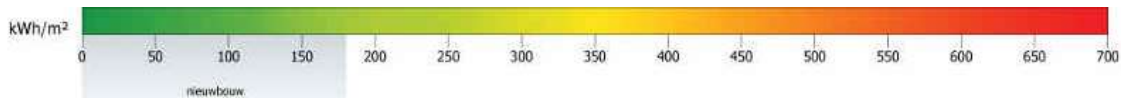
Interne warmtebronnen:

- gemiddeld 1,5 persoon aanwezig, aan $80W$ per persoon geeft $120W$
- koken en warm water, $9,5 GJ/jaar = 450W$
- elektriciteitsgebruik, $3200 kWh/jaar = 365W$

Totaal $920W$ waarvan 40% in de woning terecht komt (de warmte van koken en warmwatergebruik verdwijnt dus grotendeels door ventilatie en riolering)

$$q_{iw} = 368W$$

Zoninstraling:



Figuur 3.20: Schaalverdeling van de Energieprestatiecoëfficiënt.

- gemiddelde instraling over stookseizoen bij willekeurige oriëntatie ramen $50 \frac{W}{m^2}$
- reductie door absorptie glas, belemmeringen: 40%

$$q_{zon} = 14.50.0,6 = 420W$$

Warmtebalans (gemiddelde momentane warmtestroom in stookseizoen)

$$q_{rv} = (q_{tr} + q_{ve}) - (q_{iw} + q_{zon}) = 1133 - 788 = 345W$$

Warmtebehoefte ruimteverwarming (over stookseizoen van 240 dagen)

$$Q_{rv} = 345W.240dagen.24uur/dag.3600sec/uur = 7,2 \times 10^9 W.s = 7,2GJ$$

De energiebehoefte voor ruimteverwarming wordt nu bepaald met:

$$E_{rv} = \frac{Q_{rv}}{\eta_g}$$

met η_g het gebruiksrendement van de verwarmingsinstallatie. Onderstel een ketel met verbeterd rendement van 85% dan krijgen we:

$$E_{rv} = \frac{Q_{rv}}{\eta_g} = \frac{7,2}{0,85} = 8,5GJ$$

Nemen dan ook de extra energie in rekening voor het warmtapwater $Q_{tap} = 9GJ$ met een gebruiksrendement van 75% en het primaire energiegebruik voor verlichting, koeling, hulpenergie en ventilatie $9GJ$. Dan krijgen we voor het totale energieverbruik (Let op dit is niet inclusief apparaten zoals koelkasten, tv's, telefoons, computers,...)

$$E_{tot} = 8,5GJ + \frac{9}{0,75}GJ + 9GJ = 29,5GJ$$

Onderstel dat dit om een kleine woning gaat met een bruikbare vloeroppervlakte van $A_g = 80m^2$. Dan is de Energieprestatiecoëfficiënt $102kWh/m^2$. beginfigure Voor regelgeving wordt ook in Nederland ook heel vaak de oppervlakte van de bouwschil $A_{schil} = 159m^2$ in rekening gebracht:

$$EPC = \frac{E_{tot}}{65.A_{schil}[m^2] + 330.A_g[m^2]} \quad (3.3)$$

Voor ons voorbeeldwoning met een zeer vereenvoudigde berekening krijgen we dan (in de overeenkomstige eenheden):

$$EPC = \frac{29,5.1000}{65.159 + 330.80} = 0,8$$

In Vlaanderen gebruikt men een soortgelijke berekening E-peil, voor meer informatie zie <http://www.vlaanderen.be/nl/bouwen-wonen-en-energie/bouwen-en-verbouwen/e-peil>.

3.6 Oefeningen

1. Reken het wereldenergieverbruik uit per m^2 aardoppervlak, als je weet dat de diameter van de aarde $= 12756 \text{ km}$.
2. Reken het wereldenergieverbruik uit in kWh/dag.
3. Er worden elke dag 200 000 mensen meer geboren dan dat er sterven. Als we veronderstellen dat de gemiddelde energieconsumptie per wereldburger constant blijft, hoeveel elektriciteitscentrales van 300 MW moeten er dan elke week gebouwd worden opdat iedereen aan zijn energiebehoeften kan blijven voldoen? (aantal personen $\approx 7,2 \times 10^9$)
4. Zet het energieverbruik per afgelegde weg in functie van de snelheid uit voor een auto met massa 1ton, $C_{rr} = 0,01$, frontale oppervlakte $2,4 \text{ m}^2$ en luchtweerstandscoefficient $= 1/3$. Voor het geval $d = +\infty$ en een efficiëntie van de motor onafhankelijk van de snelheid 30%. (De dichtheid van lucht $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$)
5. Vergelijk het energieverbruik per afgelegde weg van de bovenstaande auto met de energie die moet opgewekt worden op een fiets met frontale oppervlakte maal luchtweerstandscoefficient $c_d A = 0,3 \text{ m}^2$ en rolweerstand 3,2N. (Vergelijk de waarde van de fietser met de waarde gegeven op de website gezond sporten van de vlaamse overheid $25,2 \text{ kJ/kg lichaamsgewicht/uur}$)
6. Beschouw een elektrische auto A. met lithium-ion batterijen waarvoor de energie per kg (E_{kg}) 120Wh/kg is en B. lead-acid batterijen met 40Wh/kg. Bespreek een auto met een motorefficiëntie van 85%, een rolweerstand van 0,01 een frontale oppervlakte inclusief de luchtweerstand $c_d A = 0,8 \text{ m}^2$ en een massa van de wagen plus de inzittenden zonder batterijen 740kg. Gebruik het geval met tussenstops van 500m en een snelheid 50km/u.
7. Vergelijk de energie nodig om 20 personen 10km te verplaatsen met 5 wagens van 4 personen met 3 tussenstops en een snelheid van 70km/u. Met een bus die elke 2000m stopt en slechts een snelheid van 45 km/u haalt. Beide motoren hebben een efficiëntie van 30% de auto met 4 personen weegt 1,4ton de bus 12,5 ton (inclusief 20 personen). $c_d A = 0,8 \text{ m}^2$ voor de auto en de bus is 3,2m hoog en 2,5m breed en heeft een luchtweerstandscoefficient van 0,5.
8. (Geen duurzame energievraag) Toon aan dat de topsnelheid van een auto evenredig is met het maximale vermogen tot de macht $1/3$ ($P_{max}^{1/3}$).
9. Onderstel dat we het volledige energieverbruik van de wereld kunnen gebruiken voor een gigantische auto. Neem de gebruikelijke massa-volume massa-frontale oppervlakte verhouding. Hoeveel is de massa dan van deze wagen als we hiermee 50km/u rijden, verwaarloos tussenstops. $\eta = 0,3$, $C_{rr} = 0,01$, $c_d A = 0,8 \text{ m}^2$ voor een wagen van 1ton.
10. Wat is de optimale snelheid voor een Boeiing 747. (Gegevens: $m = 363.000 \text{ kg}$, vleugelbreedte $= 64,4 \text{ m}$, $A_p = 180 \text{ m}^2$ en $c_d = 0,03$) Houd rekening met de dichtheid van lucht in functie van de hoogte h die evenredig is met $\exp(-mgh/k_B T)$.

11. Wat is de optimale snelheid van een meeuw (Gegevens: $m = 8kg$, vleugelbreedte = $3,3m$, $A_p = 0,09m^2$ en $c_d = 0,1$)
12. Vergelijk de energie per vervoerd gewicht voor een vrachtwagen met een vliegtuig. (Neem bijvoorbeeld voor een vrachtwagen $1/2$ nuttige massa en voor een vliegtuig $1/3$ nuttige massa)
13. Vergelijk de energie-efficiëntie van een vlucht (400passagiers) met een persoon in een auto per persoon-kilometer (Verbruik auto $5l/100km$ en energie brandstof vliegtuig $38MJ/l$).
14. Bereken de maximale afstand die kan afgelegd worden door een vliegtuig (1kg brandstof bevat $40MJ$ energie, 46% van de massa is brandstof).
15. Een wand heeft oppervlakte A , dikte d en warmtegeleidingscoëfficiënt λ . Een oppervlak staat op de omgevingstemperatuur T_0 en de andere op de (hogere) temperatuur T . Verwaarloos convectie en straling. Wat is de warmte-, de energie-, de entropie- en de exergiestroom door de wand ?
16. We beschouwen een simpel huis van 4 muren en een plat dak. Het huis is 10 m bij 10 m en 2,5 m hoog. U voor de muren is $0,32\frac{W}{m^2K}$ en voor het dak/plafond $0,27\frac{W}{m^2K}$. De buitentemperatuur is $0^\circ C$. De binnentemperatuur wordt op $20^\circ C$ gehouden door een elektrisch verwarmingselement. Wat is het vermogen van het elektrisch verwarmingselement.