FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR

Elektriciteit

– Hoofdstuk 3: Gelijkstroomketens – open les –

Nele De Geeter
vakgroep EA08

UNIVERSITEIT GENT

1

Methode van de knoopspanningen

Samengevat

Stap 1: 1 referentieknooppunt kiezen (referentie = 0V = aarden)
Stap 2: takspanningen i.f.v. knooppuntspanningen
Stap 3: stelsel opstellen (1 vergelijking per knoop)

MIN als E_{knoop} van het beschouwde knooppunt weggericht is

$$\sum_{knoo} G_{knoop} \cdot U_{knoop} - \sum_{ander\ knopen} G_{tussenliggend} \cdot U_{andere\ knoop} = \sum_{knoop} G_{knoop} E_{knoop}$$

Stap 4: I's berekenen m.b.v. wet van Ohm

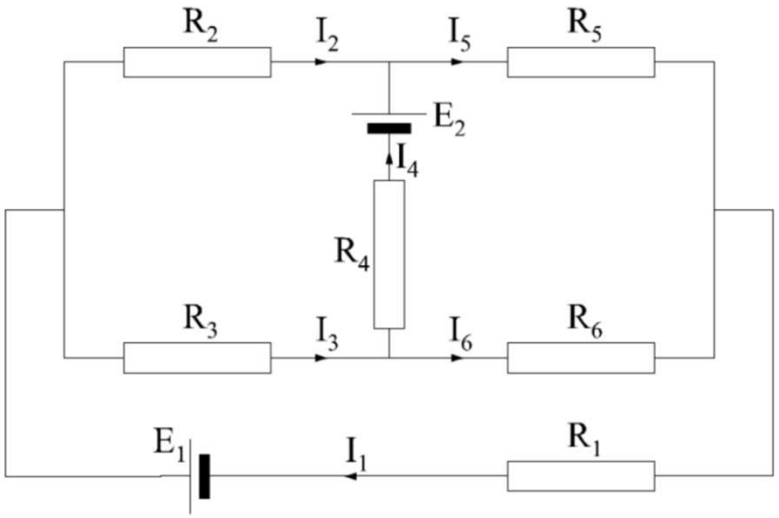
> Stap voor stap uitwerken op basis van oefening 72

UNIVERSITEIT GENT

2

Oefening 72

72)



$R_1 = 1\ \Omega$
$R_2 = 20\ \Omega$
$R_3 = 30\ \Omega$
$R_4 = 0{,}5\ \Omega$
$R_5 = 30\ \Omega$
$R_6 = 20\ \Omega$

$E_1 = 120$ V
$E_2 = 100$ V

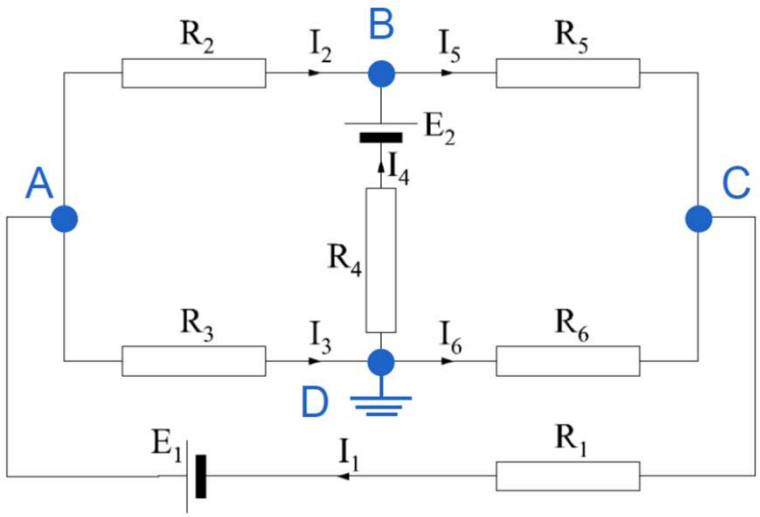
Bepaal alle stromen I.

UNIVERSITEIT GENT

3

Methode van de knoopspanningen – stap voor stap obv 72

Stap 1: kies 1 referentieknooppunt (referentie = 0V = aarden)



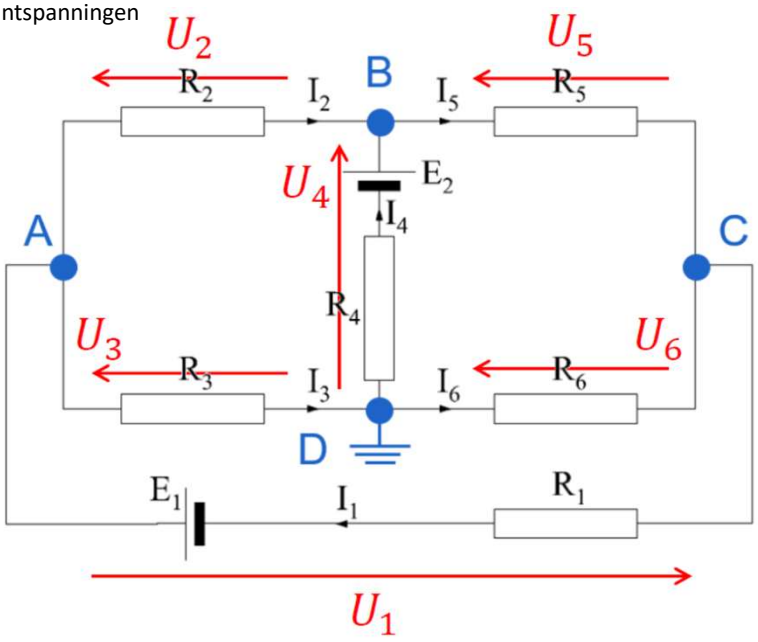
UNIVERSITEIT GENT

4

Methode van de knoopspanningen – stap voor stap obv 72

Stap 2: takspanningen i.f.v. knooppuntspanningen

$$U_1 = U_{CD} - U_{AD}$$
$$U_2 = U_{AD} - U_{BD}$$
$$U_3 = U_{AD}$$
$$U_4 = U_{BD}$$
$$U_5 = U_{BD} - U_{CD}$$
$$U_6 = -U_{CD}$$



UNIVERSITEIT GENT

5

Methode van de knoopspanningen – stap voor stap obv 72

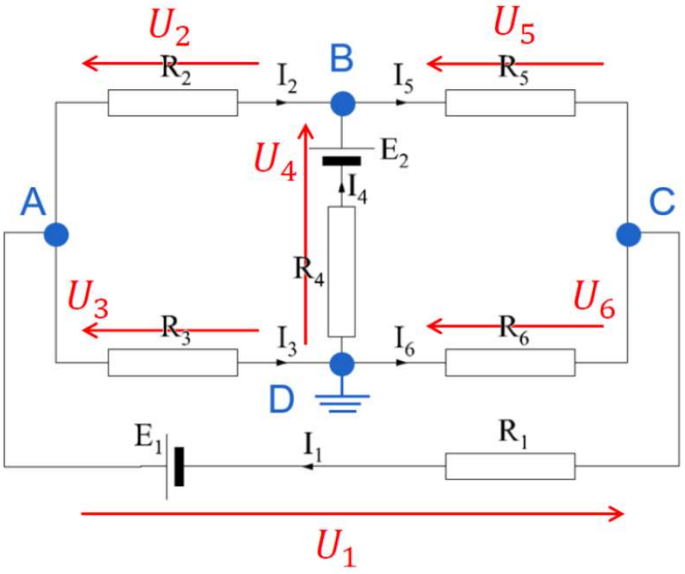
Stap 3: takstromen i.f.v. knooppuntspanningen → (K-1) onafhankelijke knoopwetten → stelsel opstellen (1 vgl per knoop)

$$I_1 = G_1(E_1 + U_1) = G_1(E_1 + U_{CD} - U_{AD})$$
$$I_2 = G_2 U_2 = G_2(U_{AD} - U_{BD})$$
$$I_3 = G_3 U_3 = G_3 U_{AD}$$
$$I_4 = G_4(E_2 - U_4) = G_4(E_2 - U_{BD})$$
$$I_5 = G_5 U_5 = G_5(U_{BD} - U_{CD})$$
$$I_6 = G_6 U_6 = -G_6 U_{CD}$$

Knooppunt A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Knooppunt B: $I_2 + I_4 - I_5 = 0$

Knooppunt C: $-I_1 + I_5 + I_6 = 0$



UNIVERSITEIT GENT

6

Methode van de knoopspanningen – stap voor stap obv 72

Stap 3: takstromen i.f.v. knooppuntspanningen → (K-1) onafhankelijke knoopwetten → stelsel opstellen (1 vgl per knoop)

$$I_1 = G_1(E_1 + U_1) = G_1(E_1 + U_{CD} - U_{AD})$$
$$I_2 = G_2 U_2 = G_2(U_{AD} - U_{BD})$$
$$I_3 = G_3 U_3 = G_3 U_{AD}$$
$$I_4 = G_4(E_2 - U_4) = G_4(E_2 - U_{BD})$$
$$I_5 = G_5 U_5 = G_5(U_{BD} - U_{CD})$$
$$I_6 = G_6 U_6 = -G_6 U_{CD}$$

Knooppunt A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Knooppunt B: $I_2 + I_4 - I_5 = 0$

Knooppunt C: $-I_1 + I_5 + I_6 = 0$

Bv. Knooppunt A:

$$G_1(E_1 + U_{CD} - U_{AD}) - G_2(U_{AD} - U_{BD}) - G_3 U_{AD} = 0$$
$$(G_1 + G_2 + G_3)U_{AD} - G_2 U_{BD} - G_1 U_{CD} = G_1 E_1$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2+G_4+G_5 & -G_5 \\ -G_1 & -G_5 & G_1+G_5+G_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AD} \\ U_{BD} \\ U_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1E_1 \\ G_4E_2 \\ -G_1E_1 \end{bmatrix}$$

UNIVERSITEIT GENT

7

Methode van de knoopspanningen – stap voor stap obv 72

Stap 4: bereken I's m.b.v. Stap 3

$$\begin{bmatrix} U_{AD} \\ U_{BD} \\ U_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2+G_4+G_5 & -G_5 \\ -G_1 & -G_5 & G_1+G_5+G_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_1E_1 \\ G_4E_2 \\ -G_1E_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_{AD} \\ U_{BD} \\ U_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 107{,}1 \\ 98{,}4 \\ -8{,}8 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = G_1(E_1 + U_{CD} - U_{AD}) = 4{,}01\text{A}$$
$$I_2 = G_2(U_{AD} - U_{BD}) = 0{,}44\text{A}$$
$$I_3 = G_3 U_{AD} = 3{,}57\text{A}$$
$$I_4 = G_4(E_2 - U_{BD}) = 3{,}13\text{A}$$
$$I_5 = G_5(U_{BD} - U_{CD}) = 3{,}57\text{A}$$
$$I_6 = -G_6 U_{CD} = 0{,}44\text{A}$$

UNIVERSITEIT GENT

8

Methode van de knoopspanningen – obv 72

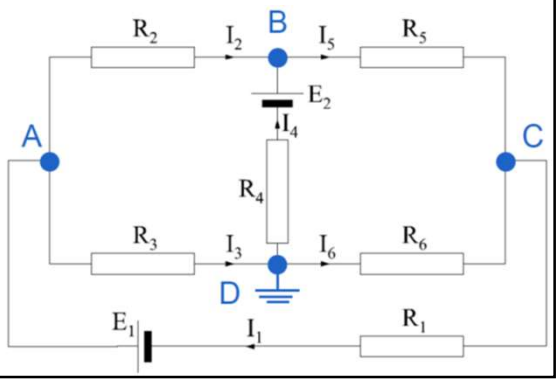
Samengevat

Stap 1: 1 referentieknooppunt kiezen (referentie = 0V = aarden)
Stap 2: takspanningen i.f.v. knooppuntspanningen
Stap 3: stelsel opstellen (1 vergelijking per knoop)

MIN als E_{knoop} van het beschouwde knooppunt weggericht is

$$\sum_{kno} G_{knoop} \cdot U_{knoop} - \sum_{andere\ knopen} G_{tussenliggend} \cdot U_{andere\ knoop} = \sum_{knoop} G_{knoop} E_{knoop}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2+G_4+G_5 & -G_5 \\ -G_1 & -G_5 & G_1+G_5+G_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AD} \\ U_{BD} \\ U_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1E_1 \\ G_4E_2 \\ -G_1E_1 \end{bmatrix}$$



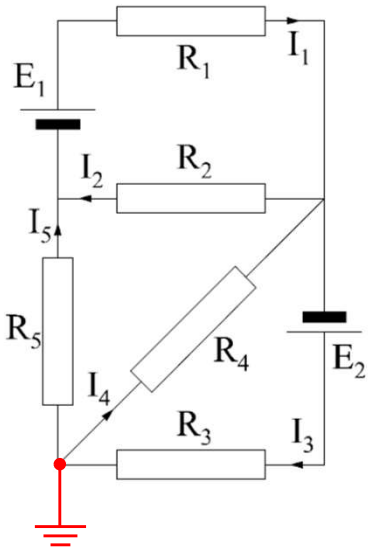
Stap 4: I's berekenen m.b.v. wet van Ohm

UNIVERSITEIT GENT

9

Oefening 86 mbv knoopspanningen

86)



$R_1 = 2\ \Omega$
$R_2 = 3\ \Omega$
$E_1 = 14\ V$
$R_3 = 6\ \Omega$
$E_2 = 20\ V$
$R_4 = 2\ \Omega$
$R_5 = 4\ \Omega$

Bepaal alle stromen I.

UNIVERSITEIT GENT

10

opl:

UNIVERSITEIT GENT

11

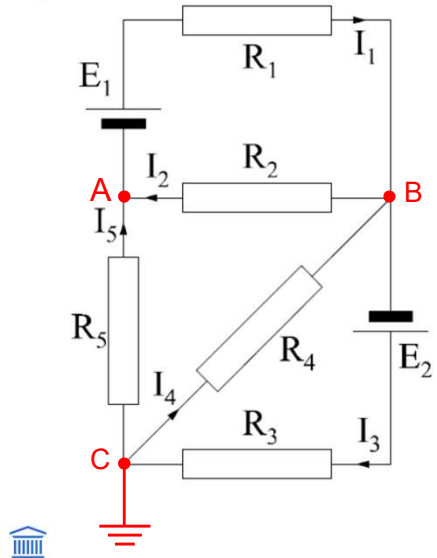
opl:

UNIVERSITEIT GENT

12

Oefening 86 mbv knoopspanningen: oplossing ter controle

86)



$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_5 & -G_1-G_2 \\ -G_1-G_2 & G_1+G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AC} \\ U_{BC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_1E_1 \\ G_1E_1 \; -G_3E_2 \end{bmatrix}$$

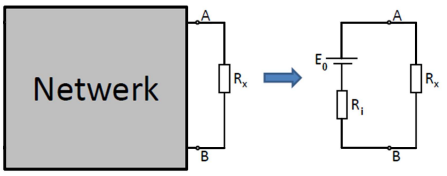
I1 = 4 A
I2 = 2 A
I3 = 3 A
I4 = 1 A
I5 = 2 A

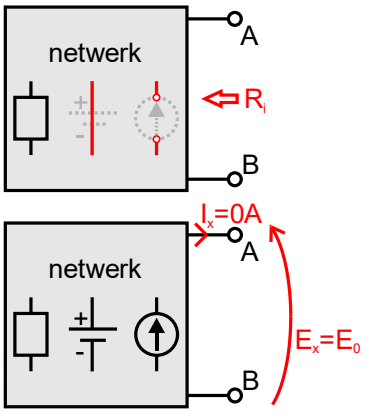
UNIVERSITEIT GENT

13

Stelling van Thévenin / Norton

Thévenin





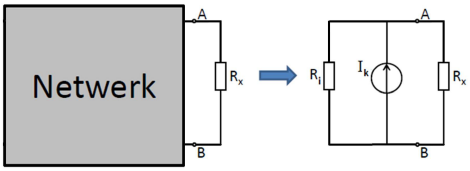
R_i = inwendige weerstand
= weerstand aan klemmen A & B met
alle spanningsbronnen vervangen door kortsluitingen
alle stroombronnen vervangen door open circuits

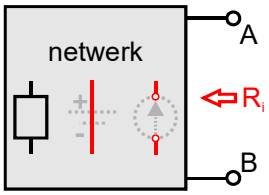
E_0 = openklemspanning
= E_x bij open klemmen A & B (I_x=0A)

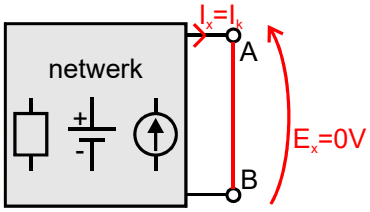
14

Stelling van Thévenin / Norton

Norton







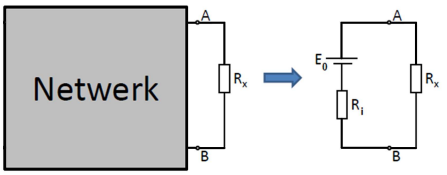
R_i = inwendige weerstand
= weerstand aan klemmen A & B met
alle spanningsbronnen vervangen door kortsluitingen
alle stroombronnen vervangen door open circuits

I_k = kortsluitstroom
= I_x bij kortgesloten klemmen A & B (E_x=0V)

15

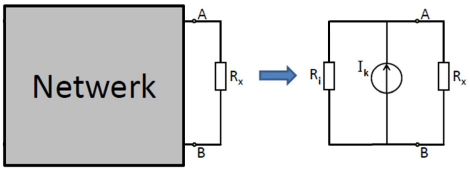
Stelling van Thévenin / Norton

Thévenin



$$R_i = \frac{E_0}{I_k}$$

Norton

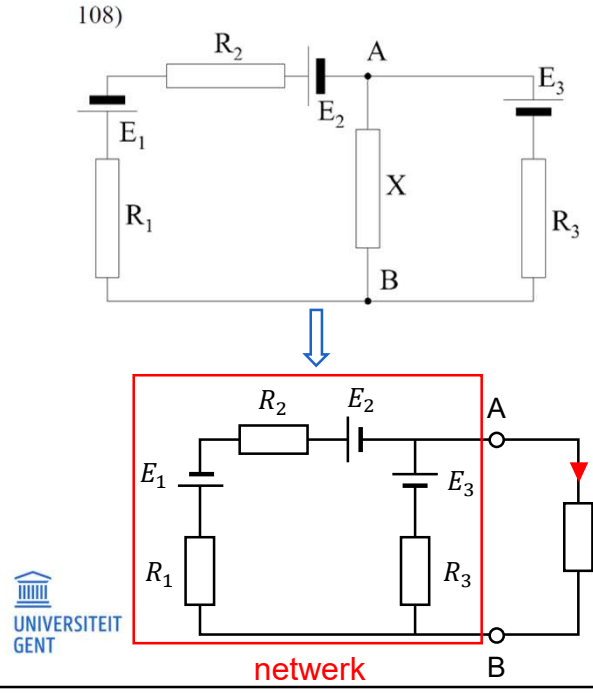


> **Oefening**: 108, 110

UNIVERSITEIT GENT

16

Oefening 108



geg:

$E_1 = 6\ \text{V}$
$E_2 = 2{,}4\ \text{V}$
$E_3 = 4{,}8\ \text{V}$

$R_1 = 0{,}3\ \Omega$
$R_2 = 5\ \Omega$
$R_3 = 0{,}2\ \Omega$

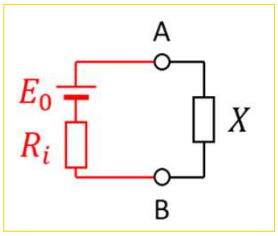
gevr:

I voor $X_1 = 0{,}2\ \Omega$
$X_2 = 0{,}3\ \Omega$
$X_3 = 0{,}5\ \Omega$
m.b.v. Thévenin en Norton

UNIVERSITEIT GENT

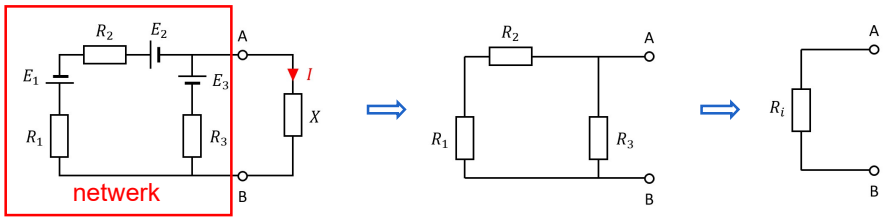
17

Oefening 108: oplossing mbv Thévenin



Stap 1: R_i

R_i is de inwendige weerstand v/h netwerk:
weerstand tussen klemmen A en B wanneer spanningsbronnen kortgesloten en stroombronnen open ketens zijn

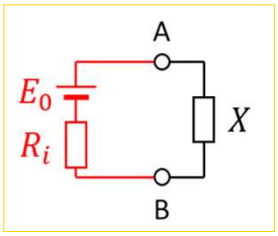


$R_i =$

UNIVERSITEIT GENT

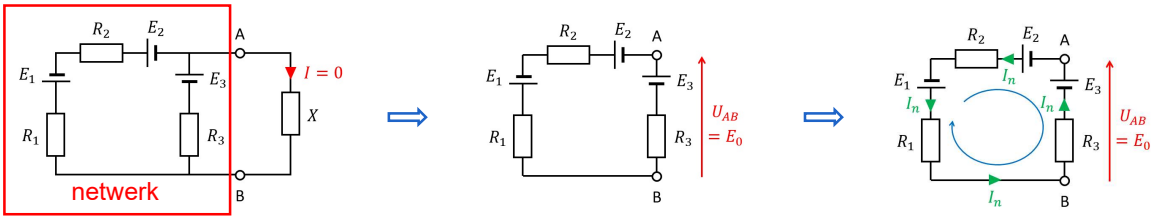
18

Oefening 108: oplossing mbv Thévenin



Stap 2: E_0

E_0 is de openklemspanning v/h netwerk:
de klemspanning wanneer aan klemmen A en B geen stroom wordt afgenomen ($I = 0$ A)



$$R_1 I_n - E_1 + R_2 I_n - E_2 - E_3 + R_3 I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n =$$

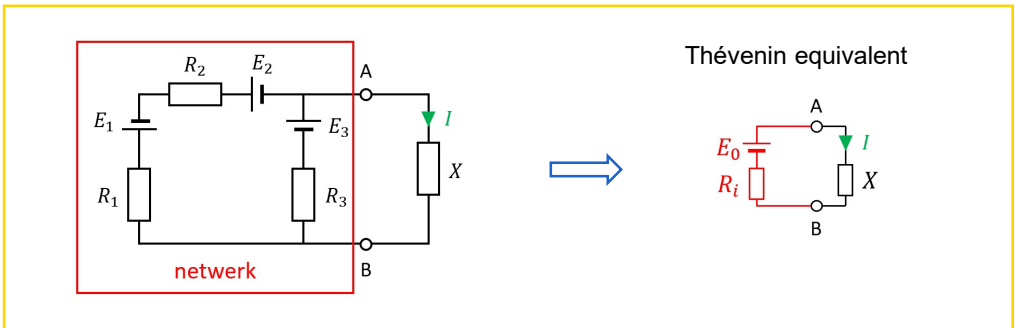
$$E_0 =$$

UNIVERSITEIT GENT

19

Oefening 108: oplossing mbv Thévenin

Stap 3: eenvoudige oplossing met equivalent



$$E_0 = (X + R_i) \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_0}{X + R_i} \quad \Rightarrow \quad I_1 =$$

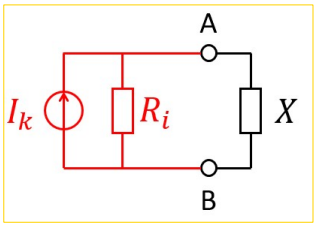
$$I_2 =$$

$$I_3 =$$

UNIVERSITEIT GENT

20

Oefening 108: oplossing mbv Norton

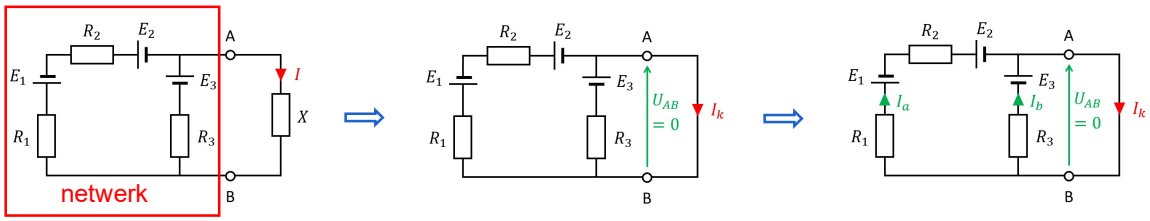


Stap 1: R_i

R_i is de inwendige weerstand v/h netwerk:
zelfde als voor Thévenin

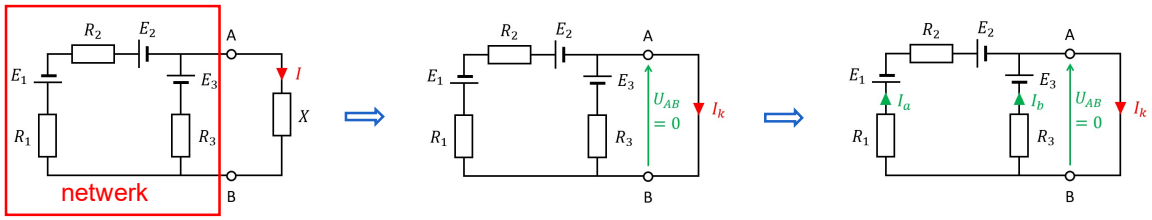
Stap 2: I_k

I_k is de kortsluitstroom v/h netwerk:
de stroom uit de klemmen wanneer klemmen A en B kortgesloten zijn



UNIVERSITEIT GENT

21



$U_{AB} = E_3 - R_3 I_b = 0 \qquad \Rightarrow I_b =$

$U_{AB} = -E_1 - E_2 - (R_1 + R_2) I_a = 0 \qquad \Rightarrow I_a =$

$I_k =$

ANDERE MANIER: gebruikmaken van E_0 van Thévenin:

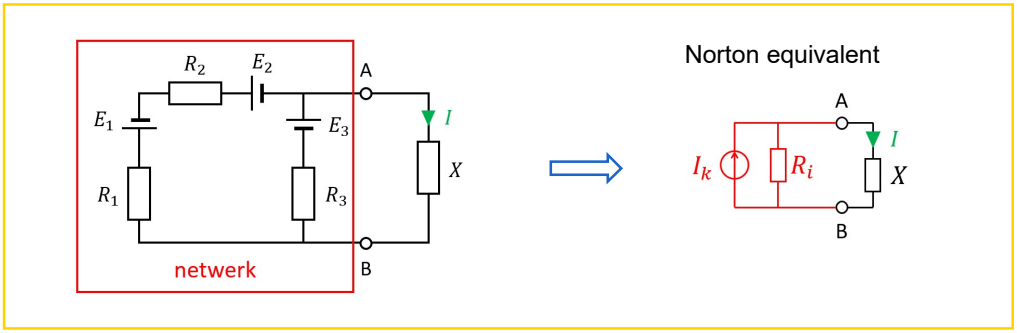
$$I_k = \frac{E_0}{R_i} =$$

UNIVERSITEIT GENT

22

Oefening 108: oplossing mbv Norton

Stap 3: eenvoudige oplossing met equivalent



$$I = \frac{R_i}{R_i + X} I_k \quad \Rightarrow \quad I_1 =$$

$$I_2 =$$

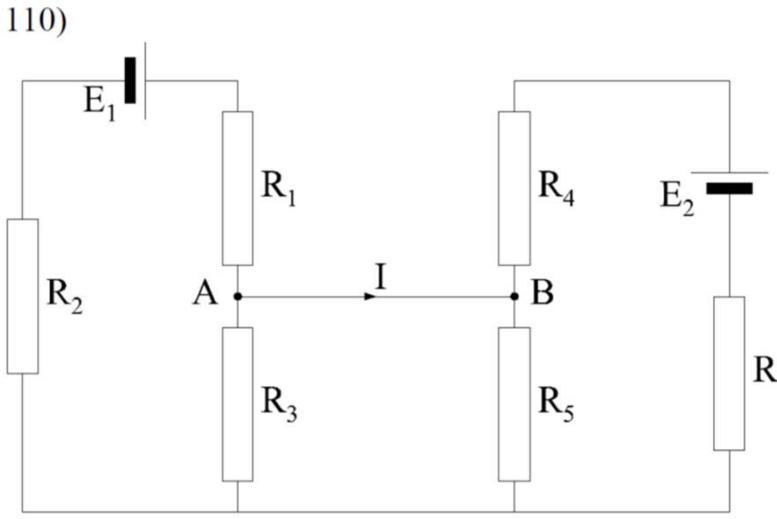
$$I_3 =$$

UNIVERSITEIT GENT

23

Oefening 110 mbv Thévenin of Norton

110)



$E_1 = 60$ V
$E_2 = 20$ V

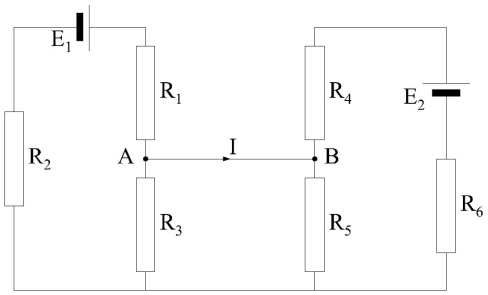
$R_1 = 6\ \Omega$
$R_2 = 4\ \Omega$
$R_3 = 8\ \Omega$
$R_4 = 3\ \Omega$
$R_5 = 3\ \Omega$
$R_6 = 3\ \Omega$

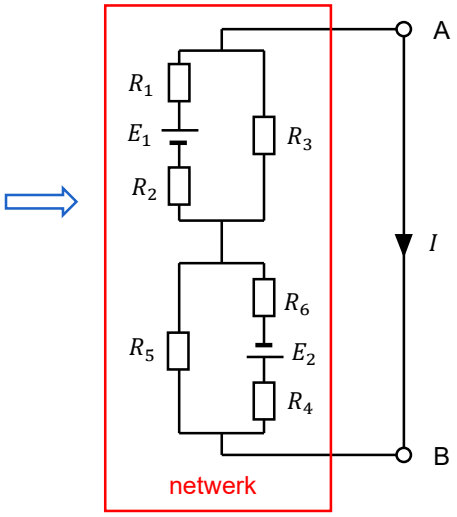
Bereken de aangeduide stroom I met de stelling van Thévenin of Norton.

UNIVERSITEIT GENT

24

110)





geg:

$E_1 = 60\ \text{V}$
$E_2 = 20\ \text{V}$

$R_1 = 6\ \Omega$
$R_2 = 4\ \Omega$
$R_3 = 8\ \Omega$
$R_4 = 3\ \Omega$
$R_5 = 3\ \Omega$
$R_6 = 3\ \Omega$

gevr: I m.b.v. Thévenin of Norton

UNIVERSITEIT GENT

25

opl: Methode 1: Thévenin

Stap 1: R_i

UNIVERSITEIT GENT

26

Stap 2: E_0

UNIVERSITEIT GENT

27

Stap 3: eenvoudige oplossing met equivalent

UNIVERSITEIT GENT

28

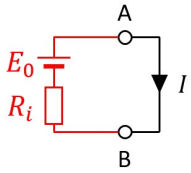
Methode 2: Norton

UNIVERSITEIT GENT

29

Oefening 110 mbv Thévenin: oplossing ter controle

Thévenin equivalent met Ri = 6,44 Ω en E0 = 20 V



$$I = \frac{E_0}{R_i} = \frac{20}{6{,}44} = \boxed{3{,}103\ \text{A}}$$

UNIVERSITEIT GENT

30