# Formuleverzameling

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$
$\sqrt{3} \approx 1{,}73$
$e \approx 2{,}72$
$\pi \approx 3{,}14$

## Logaritmische en exponentiële functies

$$\log_a x = {}^a\log x = y \quad \Leftrightarrow \quad x = a^y \quad (a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\})$$
$$e = \lim_{x\to\infty} (1 + 1/x)^x$$
$$\ln x = \log_e x; \ \exp(x) = e^x$$

$$a^{x+y} = a^x\ a^y \qquad a^{xy} = (a^x)^y$$
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \qquad \log_a \tfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$
$$\log_a(x^n) = n \log_a x \qquad \log_a b\ \log_b c = \log_a c$$

## Goniometrische en cyclometrische functies

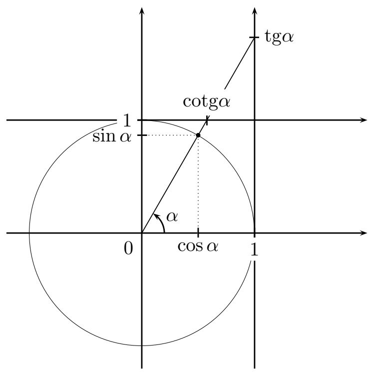
$\operatorname{tg}\alpha = \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad$ $\operatorname{cotg}\alpha = \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$ $\quad$ $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ $\quad$ $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$

$\operatorname{Bgsin} x = \arcsin x, \ (|x| \le 1)$ $\quad$ $\operatorname{Bgcos} x = \arccos x, \ (|x| \le 1)$ $\quad$ $\operatorname{Bgtan} x = \operatorname{arctg} x = \arctan x$ $\quad$ $\operatorname{Bgcot} x = \operatorname{arccot} x$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \qquad 1 + \cot^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \qquad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \qquad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} \qquad \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

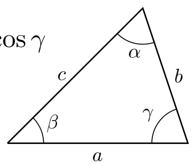
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$
$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$$
$$-2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$$




### Sinus-en cosinusregel in een driehoek

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos\gamma$$




## Verzamelingenleer

$A \cup B$ is de verzameling van alle elementen die tot $A$ of tot $B$ behoren.
$A \cap B$ is de verzameling van alle elementen die tot $A$ en tot $B$ behoren.
$A \setminus B$ is de verzameling van alle elementen die tot $A$ maar niet tot $B$ behoren.
$A \subset B$ als alle elementen van $A$ ook tot $B$ behoren.

## Partieelsom meetkundige reeks met reden $q \neq 1$ en eerste term $u_1$.

$$s_n = u_1 + qu_1 + \ldots + q^{n-1}u_1 = \sum_{i=1}^{n} q^{i-1}u_1 = \frac{1-q^n}{1-q}u_1$$

## Inhoud van enkele objecten

**Kegel** met hoogte $h$ en cirkelvormig grondvlak met straal $r$: $I = \pi r^2 h/3$.
**Piramide** met hoogte $h$ en oppervlakte grondvlak $G$: $I = Gh/3$.
**Bol** met straal $r$: $I = 4\pi r^3/3$.

## Afstanden en hoeken in het vlak en in de ruimte

(cartesiaans assenstelsel)

Afstand tussen 2 punten $p_1(x_1, y_1)$ en $p_2(x_2, y_2)$ in het vlak: $|p_1p_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Afstand van het punt $p(x_0, y_0)$ tot de rechte $L \leftrightarrow ax + by + c = 0$ in het vlak:

$$d(p, L) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Hoek $\alpha$ tussen 2 vectoren $\vec{u}(x_1, y_1)$ en $\vec{v}(x_2, y_2)$ in het vlak: $\cos\alpha = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|} = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Afstand tussen 2 punten $p_1(x_1, y_1, z_1)$ en $p_2(x_2, y_2, z_2)$ in de ruimte:

$$|p_1p_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Afstand van het punt $p(x_0, y_0, z_0)$ tot het vlak $\gamma \leftrightarrow ax + by + cz + d = 0$ in de ruimte:

$$d(p, \gamma) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Hoek $\alpha$ tussen 2 vectoren $\vec{u}(x_1, y_1, z_1)$ en $\vec{v}(x_2, y_2, z_2)$ in de ruimte:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

## Afgeleiden en primitieve functies

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $g(x) \pm h(x)$ | $g'(x) \pm h'(x)$ |
| $g(x)h(x)$ | $g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$ |
| $\dfrac{g(x)}{h(x)}$ | $\dfrac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{(h(x))^2}$ |
| $g(h(x))$ | $g'(h(x))h'(x)$ |
| $g^{-1}(x)$(inverse) | $\dfrac{1}{g'(g^{-1}(x))}$ |

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $x^q, q \in \mathbb{Q}$ | $qx^{q-1}$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $a^x$ | $a^x \ln a$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $\tan x$ | $\sec^2 x$ |
| $\cot x$ | $-\mathrm{cosec}^2 x$ |

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| ${}^a\log x$ | $\frac{1}{x \ln a}$ |
| $\mathrm{Bgsin}\, x$ | $\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ |
| $\mathrm{Bgcos}\, x$ | $-\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ |
| $\mathrm{Bgtan}\, x$ | $\dfrac{1}{1 + x^2}$ |
| $\mathrm{Bgcot}\, x$ | $-\dfrac{1}{1 + x^2}$ |

| $f(x)$ | $\int f(x)dx$ |
|---|---|
| $g'(x)$ | $g(x) + C$ |
| $\frac{1}{x},\ x \neq 0$ | $\ln|x| + C$ |
| $\ln x$ | $x \ln x - x + C$ |

| $f(x)$ | $\int f(x)dx$ |
|---|---|
| $\frac{1}{\sqrt{k^2 - x^2}}$ | $\mathrm{Bgsin}\, \frac{x}{k} + C$ |
| $\frac{1}{\sqrt{k^2 + x^2}}$ | $\ln|x + \sqrt{k^2 + x^2}| + C$ |
| $\frac{1}{x^2 - a^2}, a \neq 0$ | $\frac{1}{2a} \ln|\frac{x-a}{x+a}| + C$ |

Substitutie: $\int f(g(x))g'(x)\, dx = \int f(u)\, du$
Partiële integratie: $\int u(x)v'(x)\, dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)\, dx$

## Complexe getallen

Een complex getal is een getal van de vorm $a + ib$, waarbij $a$ en $b$ reële getallen zijn en $i^2 = -1$

De goniometrische vorm van een complex getal is $r\cos\theta + ir\sin\theta$, waarbij $r$ de modulus van het complex getal genoemd wordt en $\theta$ het argument.

Als $a + ib = r\cos\theta + ir\sin\theta$ dan geldt dat $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ en

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\theta = \arctan\frac{b}{a}$ | als $a > 0$ | $\theta = \pi/2$ | als $a = 0$ en $b > 0$ |
| $\theta = \left(\arctan\frac{b}{a}\right) + \pi$ | als $a < 0$ | $\theta = -\pi/2$ | als $a = 0$ en $b < 0$ |

Het **product** van $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ en $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ is gegeven door:
$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

Het **omgekeerde** van een complex getal $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ is gegeven door: $z^{-1} = \frac{1}{r}(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta))$

De **formule van De Moivre** zegt: voor alle $n \in \mathbb{Z}$ geldt $[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$