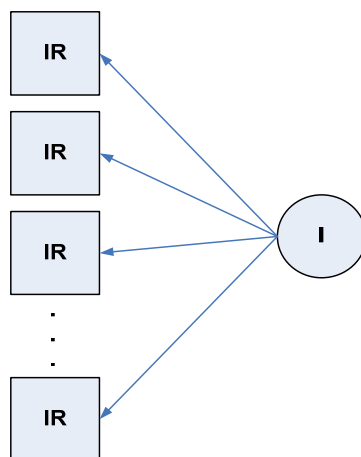


HOOFDCOMPONENTEN- & FACTORANALYSE

Multivariate Data-Analyse, Academiejaar 2019-2020

1

INLEIDING



2

Hoofdc componenten- en Factoranalyse

VOORBEELD

3

ONTWIKKELINGSVARIABLEN

loggdp04	log gdp per capita in 2004	WDI
serv04	employment in services in 2004 (% of total)	WDI
tele04	number of television sets per 1000 people in 2004	WDI
vehic04	number of motor vehicles per 1000 people in 2004	WDI
agri04	employment in agriculture in / 2004 (% of total)	WDI
life04	life expectancy at birth in 2004	WDI
prim04	primary school enrollment in 2004 (% gross)	WDI
sec04	secondary school enrollment in 2004 (% gross)	WDI
tert04	tertiary school enrollment in 2004 (% gross)	WDI
illit04	illiteracy rate in 2004 (adult total % of people aged 15 and above)	WDI
dem04	level of democracy in 2004	Polity IV
polri04	political rights in 2004	Freedom House
civlib04	civil liberties in 2004	Freedom House

5

VRAAGSKE

- 13 indicatoren van ontwikkelingsniveau
- Hoe ga je daar mee werken
 - Als onafhankelijke variabelen
 - Als afhankelijke
 - Beschrijvend

6

DATAREDUCTIE TECHNIEKEN

- meerdere indicatoren
 - onderliggende dimensies
 - bv. schaalitems
 - reductie aantal variabelen
 - vermijden multicollineariteit
- ontdekken van onderliggende datastructuren

7

CORRELATIEMATRIX

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
LOGGDP0													
14	1.000	-0.472	0.455	0.683	0.593	0.648	0.146	0.636	0.716	-0.512	0.392	-0.385	-0.363
2AGRI04	-0.472	1.000	-0.960	-0.607	-0.596	-0.711	-0.200	-0.736	-0.634	0.692	-0.447	0.443	0.452
3SERV04	0.455	-0.960	1.000	0.602	0.590	0.684	0.187	0.713	0.646	-0.683	0.470	-0.464	-0.462
4TELE04	0.683	-0.607	0.602	1.000	0.852	0.731	0.106	0.824	0.811	-0.642	0.463	-0.500	-0.537
5VEHIC04	0.593	-0.596	0.590	0.852	1.000	0.663	0.095	0.760	0.787	-0.614	0.529	-0.586	-0.632
6LIFE04	0.648	-0.711	0.684	0.731	0.663	1.000	0.249	0.796	0.727	-0.692	0.484	-0.486	-0.477
7PRIM04	0.146	-0.200	0.187	0.106	0.095	0.249	1.000	0.385	0.195	-0.429	0.256	-0.204	-0.209
8SEC04	0.636	-0.736	0.713	0.824	0.760	0.796	0.385	1.000	0.841	-0.762	0.572	-0.580	-0.609
9TERT04	0.716	-0.634	0.646	0.811	0.787	0.727	0.195	0.841	1.000	-0.663	0.536	-0.578	-0.598
10ILLIT04	-0.512	0.692	-0.683	-0.642	-0.614	-0.692	-0.429	-0.762	-0.663	1.000	-0.568	0.513	0.529
11DEM04	0.392	-0.447	0.470	0.463	0.529	0.484	0.256	0.572	0.536	-0.568	1.000	-0.933	-0.890
12POLRI04	-0.385	0.443	-0.464	-0.500	-0.586	-0.486	-0.204	-0.580	-0.578	0.513	-0.933	1.000	0.952
13CIVLIB04	-0.363	0.452	-0.462	-0.537	-0.632	-0.477	-0.209	-0.609	-0.598	0.529	-0.890	0.952	1.000

8

PROBLEEM

- Kunnen we de K waargenomen variabelen X vervangen door P latente variabelen Y waarbij
 - $P \leq K$
 - $Y_j = a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{Kj}X_K$
 - waarbij we P zo klein mogelijk willen houden
 - waar Y_1, \dots, Y_P zoveel mogelijk van de variantie in X verklaren
 - $\text{Var}(Y_1) \geq \text{Var}(Y_2) \geq \dots \geq \text{Var}(Y_P)$
 - Verschillende Y onafhankelijke van elkaar

9

SPSS SYNTAXIS

```

FACTOR
/VARIABLES LOGGDP04 AGRIO4 SERV04 TELE04 VEHIC04 LIFE04 PRIM04 SEC04 TERT04 ILLIT04
  DEMO4 POLRIO4 CIVLIBO4 /MISSING LISTWISE
/ANALYSIS LOGGDP04 AGRIO4 SERV04 TELE04 VEHIC04 LIFE04 PRIM04 SEC04 TERT04 ILLIT04 DEMO4
  POLRIO4 CIVLIBO4
/PRINT UNIVARIATE INITIAL CORRELATION DET KMO EXTRACTION
/PLOT EIGEN
/CRITERIA MINEIGEN(1) ITERATE(25)
/EXTRACTION PC
/ROTATION NOROTATE
/METHOD=CORRELATION.

```

10

SPSS RESULTATEN (1)

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	Analysis N
LOGGDP04 log gdp per capita in 2004	23.9177	2.23854	110
AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	29.8373	28.76830	110
SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	48.4955	21.65137	110
TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	*****	241.9423832	110
VEHIC04 number of motor vehicles per 1000 people in 2004	*****	*****	110
LIFE04 life expectancy at birth in 2004	*****	*****	110
PRIM04 primary school enrollment in 2004 (% gross)	*****	19.47990284	110
SEC04 secundarv			

11

SPSS RESULTATEN (2)

Correlation Matrix^a

	LOGGDP04 log gdp per capita in 2004	AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	VEHIC04 number of motor vehicles per 1000 people in 2004	LIFE04 life expectancy at birth in 2004	PRIM04 primary school enrolment in 2004 (% gross)	SEC04 secondary school enrolment in 2004 (% gross)	TERT04 tertiary school enrolment in 2004 (% gross)	ILLIT04 illiteracy rate in 2004, adult total % of people aged 15 and above	DEM04 level of democracy in 2004	POLR04 political rights in 2004	CIVLIB04 civil liberties in 2004
Correlation	1.000	-.472	.455	.683	.593	.648	.146	.636	.716	-.512	.392	-.385	-.363
LOGGDP04 log gdp per capita in 2004													
AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	-.472	1.000	-.960	-.607	-.596	-.711	-.200	-.736	-.634	.692	-.447	.443	.452
SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	.455	-.960	1.000	.602	.590	.684	.187	.713	.646	-.683	.470	-.464	-.462
TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	.683	-.607	.602	1.000	.852	.731	.106	.824	.811	-.642	.463	-.500	-.537
VEHIC04 number of motor vehicles per 1000 people in 2004	.593	-.596	.590	.852	1.000	.663	.095	.760	.787	-.614	.529	-.586	-.632
LIFE04 life expectancy at birth in 2004	.648	-.711	.684	.731	.663	1.000	.249	.796	.727	-.692	.484	-.486	-.477
PRIM04 primary school enrolment in 2004 (% gross)	.146	-.200	.187	.106	.095	.249	1.000	.385	.195	-.429	.256	-.204	-.209
SEC04 secondary school enrolment in 2004 (% gross)	.636	-.736	.713	.824	.760	.796	.385	1.000	.841	-.762	.572	-.580	-.609
TERT04 tertiary school enrolment in 2004 (% gross)	.716	-.634	.646	.811	.787	.727	.195	.841	1.000	-.663	.536	-.578	-.598
ILLIT04 illiteracy rate in 2004, adult total % of people aged 15 and above	-.512	.692	-.683	-.642	-.614	-.692	-.429	-.762	-.663	1.000	-.568	.513	.529
DEM04 level of democracy in 2004	.392	-.447	.470	.463	.529	.484	.256	.572	.536	-.568	1.000	-.933	-.890
POLR04 political rights in 2004	-.385	.443	-.464	-.500	-.586	-.486	-.204	-.580	-.578	.513	-.933	1.000	.952
CIVLIB04 civil liberties in 2004	-.363	.452	-.462	-.537	-.632	-.477	-.209	-.609	-.598	.529	-.890	.952	1.000

a. Determinant = 9.17E-008

GENT

24 & 31/03/2020

Factoranalyse

12

12

SPSS RESULTATEN (3)

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.884
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1682.639
	df	78
	Sig.	.000

13

SPSS RESULTATEN (4)

Communalities

	Initial	Extraction
LOGGDP04 log gdp per capita in 2004	1.000	.603
AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	1.000	.743
SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	1.000	.716
TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	1.000	.839
VEHIC04 number of		

14

SPSS RESULTATEN (5)

Total Variance Explained

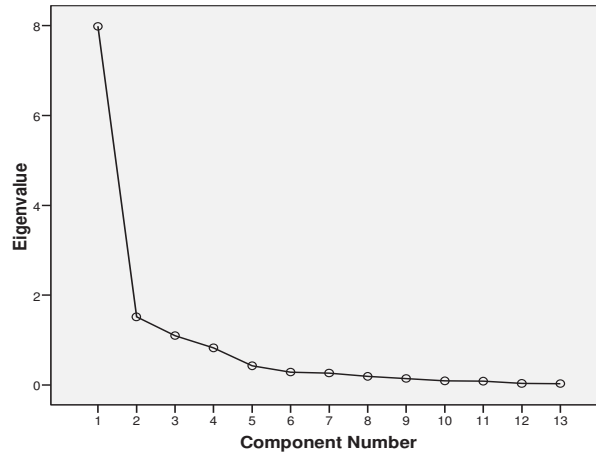
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	7.986	61.429	61.429	7.986	61.429	61.429
2	1.517	11.673	73.102	1.517	11.673	73.102
3	1.100	8.460	81.562	1.100	8.460	81.562
4	.829	6.373	87.935			
5	.430	3.306	91.240			
6	.289	2.220	93.460			
7	.267	2.051	95.511			
8	.194	1.489	97.000			
9	.145	1.115	98.115			
10	.092	.710	98.825			
11	.085	.654	99.480			
12	.036	.277	99.756			
13	.032	.244	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

15

SPSS RESULTATEN (6)

Scree Plot



16

SPSS RESULTATEN (7)

Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
LOGGDP04 log gdp per capita in 2004	.701	.266	.200
AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	-.799	-.284	.154
SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	.796	.252	-.139
TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	.849	.226	.258
VEHIC04 number of motor vehicles per 1000 people in 2004	.842	.071	.283
LIFE04 life expectancy at birth in 2004	.838	.254	-.034

17

Hoofdc componenten- en Factoranalyse

EEN WISKUNDIG INTERLUDIUM



24 & 31/03/2020

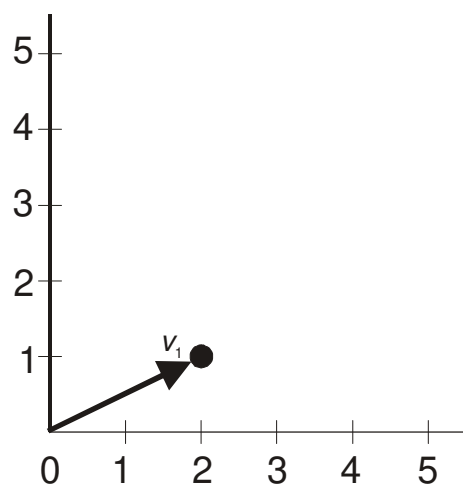
Factoranalyse

18

18

VECTOREN: GRAFISCHE VOORSTELLING

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$



24 & 31/03/2020

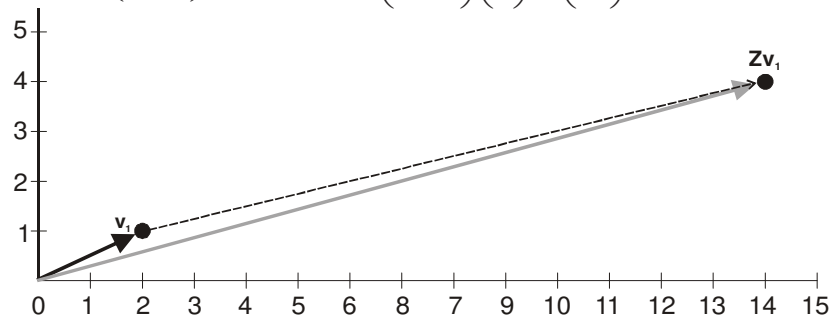
Factoranalyse

19

19

TRANSFORMATIES VAN VECTOREN

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z}\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}$$



20

MATRICES EN TRANSFORMATIES

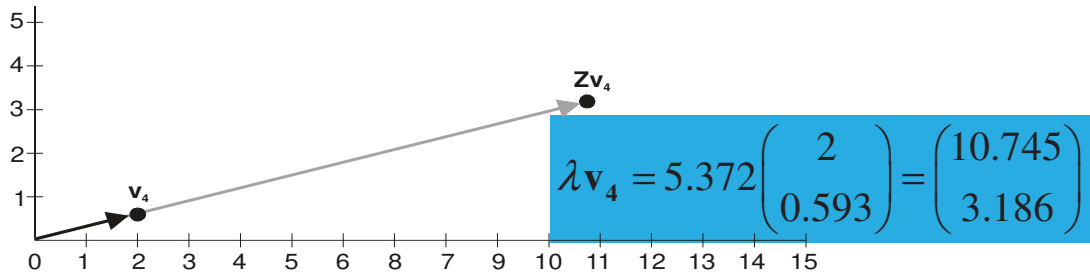
$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z}\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 68 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -4.55 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z}\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.75 \\ -4.55 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31.15 \\ -7.35 \end{pmatrix}$$

21

MATRICES EN TRANSFORMATIES

$$\mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0.593 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z}\mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0.593 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.745 \\ 3.186 \end{pmatrix}$$



22

EIGENWAARDEN EN EIGENVECTOREN

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1K} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kK} \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1K} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & \dots & a_{KK} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\mathbf{AV} = \lambda \mathbf{V}$$

23

VOORBEELD: EIGENWAARDEN EN EIGENVECTOREN

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad |\mathbf{A}| = 24$$

$$\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 6 - \lambda & 2 & 1 \\ 4 & 5 - \lambda & 9 \\ 2 & 4 & 9 - \lambda \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 24 - 83\lambda + 20\lambda^2 - \lambda^3 = 0$$

24

VOORBEELD: EIGENWAARDEN

$$\left[\begin{array}{l} \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{151}{9 \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} \\ \frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}} - \left[\frac{151}{18 \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{151}{9 \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}}} \right] \\ \frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}} - \left[\frac{151}{18 \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{151}{9 \cdot \left(\frac{854}{27} + \frac{1}{9} \cdot i \cdot \sqrt{301515} \right)^{\frac{1}{3}}} \right] \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 14.322 \\ 0.312 \\ 5.366 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 14.322 \\ 0.312 \\ 5.366 \end{pmatrix}$$

25

VOORBEELD: EIGENVECTOREN

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V1} = 14.322 \times \mathbf{V1}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = 14.322 \times \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 6v_1 + 2v_2 + 1v_3 = 14.322v_1 \\ 4v_1 + 5v_2 + 9v_3 = 14.322v_2 \\ 2v_1 + 4v_2 + 9v_3 = 14.322v_3 \end{cases}$$

26

VOORBEELD: EIGENVECTOREN

$$\mathbf{V1} = \begin{bmatrix} 0.251 \\ 0.726 \\ 0.64 \end{bmatrix} \quad \sum_{i=0}^2 (v1_i)^2 = 1$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V1} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.251 \\ 0.726 \\ 0.640 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.600 \\ 10.397 \\ 9.168 \end{pmatrix} = 14.322 \times \begin{pmatrix} 0.251 \\ 0.726 \\ 0.640 \end{pmatrix} = \lambda_1 \mathbf{V1}$$

27

VOORBEELD: EIGENVECTOREN

$$\lambda_2 = 0.312 \quad V_2 = \begin{bmatrix} 0.254 \\ -0.899 \\ 0.356 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_3 = 5.366 \quad V_3 = \begin{bmatrix} -0.909 \\ 0.084 \\ 0.408 \end{bmatrix}$$

28

VOORBEELD: EIGENVECTOREN

$$B := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A \cdot B = \begin{bmatrix} 9 \\ 18 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3.637 \\ 0.338 \\ 1.63 \end{bmatrix} \quad A \cdot C = \begin{bmatrix} -19.517 \\ 1.811 \\ 8.748 \end{bmatrix} \quad \text{Lambd}_0 \cdot C = \begin{bmatrix} -19.517 \\ 1.811 \\ 8.748 \end{bmatrix}$$

29

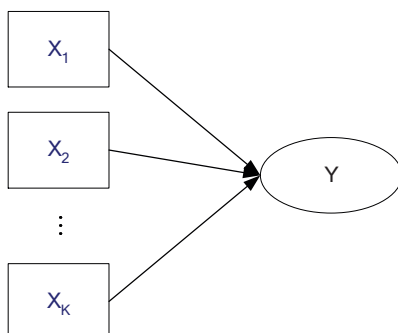
EIGENVECTOREN EN FACTORANALYSE

- K variabelen
- N observaties
- Elke observatie is een punt in een K -dimensionele ruimte
 - Variabelen = dimensies
 - Waarden = coördinaten
- Correlatie tussen variabelen = cosinus tussen assen
- Kan men een efficiënter assenstelsel vinden dat “even” goed de punten definieert

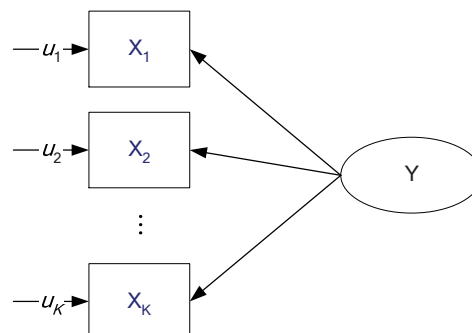
30

HOOFDCOMPONENTEN & FACTOREN

Principale componenten
of hoofdcomponenten



Factoren



31

HOOFDCOMPONENTEN & FACTOREN

Hoofdc componenten

$$Y = b_1 X_1 + \dots + b_k X_k + \dots + b_K X_K$$

Factoren

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = b_1 Y + u_1 \\ \vdots \\ X_k = b_k Y + u_k \\ \vdots \\ X_K = b_K Y + u_K \end{array} \right.$$

32

COVARIANTIE OF CORRELATIEMATRIX

– Covariantie

– Gecentreerde X variabelen: $\dot{X} = X - \bar{X}$

– Matrix te analyseren:

$$S = \frac{1}{N} \dot{X}' \dot{X}$$

– Correlatie

– Gestandaardiseerde X variabelen: $x = \frac{X - \bar{X}}{s_x}$

– Matrix te analyseren:

$$R = \frac{1}{N} x' x$$

33

Hoofdcomponenten- en Factoranalyse

IS DE CORRELATIEMATRIX GESCHIKT

34

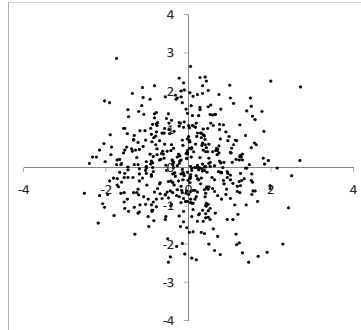
BARTLETT TOETS VOOR SFEERICITEIT

- Toetst of de variabelen niet onafhankelijk (orthogonaal) van elkaar zijn
- M.a.w.: is het wel de moeite om een PCA of FA te doen

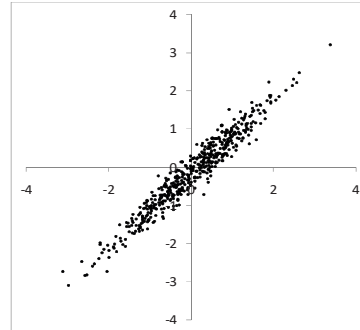
$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

35

SFEERICITEIT



Orthogonaal



Niet-orthogonaal

36

BARTLETT TOETS VOOR SFEERICITEIT

1. Hypothesen

$$H_0: \rho = I$$

$$H_1: \rho \neq I$$

2. Steekproevenverdeling

χ^2 -verdeling met $df = (1/2) K(K - 1)$

Voorbeeld: $K = 13$, $df = (1/2) 13(12) = 78$

3. Kritieke waarde

Eenzijdig, vb: $\alpha = 5\%$, $\chi^2_{.05} = 99.6$

37

BARTLETT TOETS VOOR SFEERICITEIT

4. Toetsstatistiek

$$\chi^2 = -\left(N - 1 - \frac{2K + 5}{6}\right) \ln(|\mathbf{R}|)$$

Vb: $N = 110; K = 13; |\mathbf{R}| = 9.166 \times 10^{-8}$

$$\chi^2 = -\left(110 - 1 - \frac{2 \times 13 + 5}{6}\right) \times \ln(9.166 \times 10^{-8}) = 1682.6$$

KMO TOETS VOOR TOEREIKENDHEID VAN DE STEEKPROEF

- Kaiser-Meyer-Olkin toets
- gaat na of de variabelen in een set psychometrisch samenhangen → of ze dus schalen vormen, of er een structuur in zit
- Gaat na of de partiële correlaties gelijk zijn aan 0

KMO

— Laat $r_{ij\cdot} = r_{ij,1,2,\dots,K,(-),(-)}$

$$KMO = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2}{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2 + \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij\cdot}^2}$$

40

KMO

— voorbeeld

$$KMO = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2}{\sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2 + \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij\cdot}^2} = \frac{55.374}{55.374 + 7.201} = 0.885$$

41

KMO: INTERPRETATIE

Waarde KMO	Evaluatie
> 0.90	Schitterend
0.80 – 0.90	Goed
0.70 – 0.80	Middelmatig
0.60 – 0.70	Pover
0.50 – 0.60	Slecht
< 0.50	Onaanvaardbaar

42

KMO PER VARIABLE

$$KMO_i = \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2}{\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij}^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K r_{ij \cdot}^2}$$

	KMO _i
LOGGDP04	0.905
AGRI04	0.812
SERV04	0.821
TELE04	0.897
VEHIC04	0.935
LIFE04	0.965
PRIM04	0.644
SEC04	0.905
TERT04	0.919
ILLIT04	0.946
DEM04	0.884
POLRI04	0.819
CIVLIB04	0.869

43

Hoofdc componenten- en Factoranalyse

HOOFDCOMPONENTEN-ANALYSE: PRINCIPES

44

HOOFDCOMPONENTENANALYSE: PRINCIPE

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1K} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1K} & r_{2K} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1K} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{K1} & l_{K2} & \dots & l_{KK} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{L}\mathbf{L}'$$

45

PCA: VOORBEELD

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.668 & 0.309 \\ 0.668 & 1 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 1.949 \\ 0.732 \\ 0.319 \end{pmatrix}$$

46

PCA:1E PC

- Gebaseerd op eigenvector geassocieerd met hoogste eigenwaarde

$$V_1 = \begin{pmatrix} 0.604 \\ 0.637 \\ 0.479 \end{pmatrix}$$

- Ladingen

$$L_1 = V_1 \sqrt{\lambda_1} = \begin{pmatrix} 0.604 \\ 0.637 \\ 0.479 \end{pmatrix} \sqrt{1.949} = \begin{pmatrix} 0.844 \\ 0.899 \\ 0.668 \end{pmatrix}$$

47

PCA: 2DE PC

- Eigenvector geassocieerd met 2de eigenwaarde $\mathbf{V}_2 = \begin{pmatrix} -0.456 \\ -0.216 \\ 0.863 \end{pmatrix}$
- Onafhankelijk van 1e PC

$$(\mathbf{V}_1)' \mathbf{V}_2 = (\mathbf{V}_2)' \mathbf{V}_1 = 0.604 \times (-0.456) + 0.637 \times (-0.216) + 0.479 \times 0.863 = 0$$

- Ladingen

$$\mathbf{L}_2 = \mathbf{V}_2 \sqrt{\lambda_2} = \begin{pmatrix} -0.456 \\ -0.216 \\ 0.863 \end{pmatrix} \sqrt{0.732} = \begin{pmatrix} -0.390 \\ -0.185 \\ 0.738 \end{pmatrix}$$

STRUCTUURMATRIX

$$\mathbf{L} = (\mathbf{L}_1 \mid \mathbf{L}_2 \mid \dots \mid \mathbf{L}_K) = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1K} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2K} \\ \vdots & \vdots & l_{ij} & \vdots \\ l_{K1} & l_{K2} & \dots & l_{KK} \end{pmatrix}$$

KENMERKEN VAN PC

$$E(Y_i) = 0$$

$$\text{Var}(Y_i) = \lambda_i$$

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = 0, i \neq j$$

$$\text{Var}(Y_1) \geq \text{Var}(Y_2) \geq \dots \geq \text{Var}(Y_K)$$

$$\sum_{i=1}^K \text{Var}(Y_i) = \text{tr } \Sigma = \sum_{i=1}^K \sigma_{ii}$$

$$\prod_{i=1}^K \text{Var}(Y_i) = |\Sigma|$$

50

RESULTATEN PC, STRUCTUURMATRIX

	Y_1	Y_2	Y_3	s^2
X_1	0.844	-0.390	-0.369	1.000
X_2	0.889	-0.185	0.418	1.000
X_3	0.668	0.738	-0.090	1.000
λ	1.949	0.731	0.319	3.000
% var	65.0%	24.4%	10.6%	

$$\% \text{ verklaarde variantie door } Y_j = \frac{\lambda_j}{K}$$

51

PC

$$\sum_{i=1}^K (l_{ij})^2 = \lambda_j = (\mathbf{L}_j)' \mathbf{L}_j$$

$$\sum_{i=1}^K (l_{i1})^2 = 0.844^2 + 0.889^2 + 0.668^2 = 1.949 = \lambda_1$$

$$\sum_{j=1}^K (l_{ij})^2 = 1$$

$$\sum_{j=1}^K (l_{1j})^2 = 0.844^2 + (-0.390)^2 + (-0.369)^2 = 1$$

52

SCHATTING VAN R

$$\mathbf{L}\mathbf{L}' = \hat{\mathbf{R}}$$

- indien $\mathbf{L}: K \times K: \hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}$
- indien $\mathbf{L}: K \times P \text{ \& } P < K$: benadering van \mathbf{R}

53

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}' &= \begin{pmatrix} 0.844 & -0.390 & -0.369 \\ 0.889 & -0.185 & 0.418 \\ 0.668 & 0.738 & -0.090 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.844 & 0.889 & 0.668 \\ -0.390 & -0.185 & 0.738 \\ -0.369 & 0.418 & -0.090 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1.001 & 0.668 & 0.309 \\ 0.668 & 0.999 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 0.999 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

54

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_r \cdot \mathbf{L}_r' &= \begin{pmatrix} 0.844 \\ 0.889 \\ 0.668 \end{pmatrix} \cdot (0.844 \quad 0.889 \quad 0.668) \\ &= \begin{pmatrix} 0.712 & 0.750 & 0.564 \\ 0.750 & 0.790 & 0.594 \\ 0.564 & 0.594 & 0.446 \end{pmatrix} \\ \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R} &= \begin{pmatrix} 0.712 & 0.750 & 0.564 \\ 0.750 & 0.790 & 0.594 \\ 0.564 & 0.594 & 0.446 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0.668 & 0.309 \\ 0.668 & 1 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0.288 & 0.082 & 0.255 \\ 0.082 & -0.210 & 0.174 \\ 0.255 & 0.174 & -0.554 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

55

VOORBEELD PC

- Ontwikkelings-indicatoren
- $K = 13$
- $N = 110$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 7.986 \\ 1.517 \\ 1.100 \\ 0.829 \\ 0.430 \\ 0.289 \\ 0.267 \\ 0.194 \\ 0.145 \\ 0.092 \\ 0.085 \\ 0.036 \\ 0.032 \end{pmatrix}$$

57

SPSS RESULTATEN (5 HERH)

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	7.986	61.429	61.429	7.986	61.429	61.429
2	1.517	11.673	73.102	1.517	11.673	73.102
3	1.100	8.460	81.562	1.100	8.460	81.562
4	.829	6.373	87.935			
5	.430	3.306	91.240			
6	.289	2.220	93.460			
7	.267	2.051	95.511			
8	.194	1.489	97.000			
9	.145	1.115	98.115			
10	.092	.710	98.825			
11	.085	.654	99.480			
12	.036	.277	99.756			
13	.032	.244	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

58

PC WERKWIJZE

1. Extractie eigenvector \mathbf{V}_1 , geassocieerd met λ_1
2. Berekening $L_1 = \mathbf{V}_1(\lambda_1)^{-5}$ (ladingenvector 1e PC)
3. Extractie volgende eigenvector \mathbf{V}_i , geassocieerd met volgende grootste λ_i
4. Check of orthogonaal met vorige eigenvectoren $(\mathbf{V}_i)' \cdot \mathbf{V}_{j < i} = 0$
5. Bereken $L_i = \mathbf{V}_i(\lambda_i)^{-5}$
6. Indien niet laatste λ , ga naar stap 3

59

VOORBEELD 1E PC

- extractie 1^{ste} principale component, geassocieerd met grootste eigenwaarde

$$\lambda_1 = 7.986$$

- $\mathbf{R} \cdot \mathbf{V}_1 = \lambda_1 \mathbf{V}_1$

- $L_1 = \sqrt{\lambda_1} \mathbf{V}_1$

$$\mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} 0.248 \\ -0.283 \\ 0.282 \\ 0.301 \\ 0.298 \\ 0.296 \\ 0.110 \\ 0.325 \\ 0.312 \\ -0.290 \\ 0.262 \\ -0.267 \\ -0.270 \end{pmatrix} \quad L_1 = \sqrt{7.986} \times \mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} 0.701 \\ -0.799 \\ 0.796 \\ 0.849 \\ 0.842 \\ 0.838 \\ 0.311 \\ 0.919 \\ 0.881 \\ -0.820 \\ 0.741 \\ -0.754 \\ -0.763 \end{pmatrix}$$

60

SPSS RESULTATEN (7 HERH)

Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
LOGGDP04 log gdp per capita in 2004	.701	.266	.200
AGRI04 employment in agriculture in 2004 (% of total)	-.799	-.284	.154
SERV04 employment in services in 2004 (% of total)	.796	.252	-.139
TELE04 number of television sets per 1000 people in 2004	.849	.226	.258
VEHIC04 number of motor vehicles per 1000 people in 2004	.842	.071	.283
LIFE04 life expectancy at birth in 2004	.838	.254	-.034

61

VOORBEELD: 2E PC

- daarna extractie 2^e principale component, orthogonaal op de eerste en corresponderend met de tweede hoogste eigenwaarde

$$\lambda_2 = 1.517$$

- $R \cdot V_2 = \lambda_2 V_2$

- $(V_1 | V_2) \sqrt{\lambda_2} V_2 = 0$

-

$$V_2 = \begin{pmatrix} -0.216 \\ 0.230 \\ -0.204 \\ -0.184 \\ -0.058 \\ -0.206 \\ 0.079 \\ -0.117 \\ -0.115 \\ 0.074 \\ 0.496 \\ -0.508 \\ -0.486 \end{pmatrix} \quad L_2 = \sqrt{1.517} \times V_2 = \begin{pmatrix} -0.266 \\ 0.284 \\ -0.252 \\ -0.226 \\ -0.071 \\ -0.254 \\ 0.097 \\ -0.145 \\ -0.142 \\ 0.092 \\ 0.611 \\ -0.626 \\ -0.599 \end{pmatrix}$$

62

VOORBEELD: 3E PC

- daarna extractie 3^e principale component, orthogonaal op de eerste en tweede en corresponderend met de derde hoogste eigenwaarde

$$\lambda_3 = 1.100$$

$$R \cdot V_3 = \lambda_3 V_3$$

$$(V_1)'V_3 = (V_3)'V_1 = (V_2)'V_3 = (V_3)'V_2 = 0$$

–

$$L_3 = \sqrt{\lambda_3} V_3$$

$$V_3 = \begin{pmatrix} -0.191 \\ -0.147 \\ 0.133 \\ -0.246 \\ -0.270 \\ 0.032 \\ 0.812 \\ 0.095 \\ -0.148 \\ -0.291 \\ 0.007 \\ 0.083 \\ 0.091 \end{pmatrix} \quad L_3 = \sqrt{1.100} \times V_3 = \begin{pmatrix} -0.200 \\ -0.154 \\ 0.139 \\ -0.258 \\ -0.283 \\ 0.034 \\ 0.851 \\ 0.099 \\ -0.155 \\ -0.305 \\ 0.008 \\ 0.087 \\ 0.095 \end{pmatrix}$$

63

ALLE 13 HOOFDCOMPONENTEN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
LOGGDP													
04	0.701	0.266	0.200	0.385	0.457	0.073	-0.141	0.110	0.009	-0.041	-0.035	0.004	0.009
AGRI04	-0.799	-0.284	0.154	0.468	-0.063	-0.111	0.016	-0.056	-0.011	0.037	0.031	0.077	0.101
SERV04	0.796	0.252	-0.139	-0.489	0.061	0.134	-0.054	0.024	-0.001	0.069	0.022	0.069	0.097
TELE04	0.849	0.226	0.258	0.181	-0.210	-0.021	0.011	0.080	0.224	0.160	-0.014	-0.011	-0.014
VEHIC04	0.842	0.071	0.283	0.104	-0.320	0.050	-0.047	0.209	-0.187	-0.071	0.059	0.008	0.003
LIFE04	0.838	0.254	-0.034	0.027	0.133	-0.212	0.399	0.018	-0.092	0.026	-0.009	-0.004	0.011
PRIM04	0.311	-0.097	-0.851	0.360	-0.062	0.161	0.031	0.078	-0.026	0.051	0.000	-0.004	-0.003
SEC04	0.919	0.145	-0.099	0.103	-0.118	0.049	0.083	-0.135	0.168	-0.206	0.032	0.030	0.016
TERT04	0.881	0.142	0.155	0.172	-0.030	0.137	-0.055	-0.317	-0.137	0.082	0.028	-0.022	-0.016
ILLIT04	-0.820	-0.092	0.305	0.017	0.055	0.387	0.262	0.043	0.030	0.007	0.042	-0.012	0.004
DEM04	0.741	-0.611	-0.008	-0.059	0.144	-0.069	-0.022	0.022	0.050	0.017	0.202	-0.061	0.015
POLRI04	-0.754	0.626	-0.087	0.055	-0.065	-0.030	-0.039	-0.003	0.005	-0.022	0.040	-0.122	0.081
CIVLIB04	-0.763	0.599	-0.095	0.041	0.051	-0.048	-0.019	0.004	0.006	0.023	0.180	0.071	-0.066
λ	7.986	1.517	1.100	0.829	0.430	0.289	0.267	0.194	0.145	0.092	0.085	0.036	0.032
% variantie	61.4%	11.7%	8.5%	6.4%	3.3%	2.2%	2.1%	1.5%	1.1%	0.7%	0.7%	0.3%	0.2%

64

SOMMEREN OVER PCS

PC 1

$$(0.701)^2 + (-0.799)^2 + (0.796)^2 + (0.849)^2 + (0.842)^2 + (0.838)^2 + (0.311)^2 + (0.919)^2 + (0.881)^2 + (-0.820)^2 + (0.741)^2 + (-0.754)^2 + (-0.763)^2 = 7.986$$

PC 2

$$(0.266)^2 + (-0.284)^2 + (0.252)^2 + (0.226)^2 + (0.071)^2 + (0.254)^2 + (-0.097)^2 + (0.145)^2 + (0.142)^2 + (-0.092)^2 + (-0.611)^2 + (0.626)^2 + (0.599)^2 = 1.517$$

PC 3

$$(0.200)^2 + (0.154)^2 + (-0.139)^2 + (0.258)^2 + (0.283)^2 + (-0.034)^2 + (-0.851)^2 + (-0.099)^2 + (0.155)^2 + (0.305)^2 + (-0.008)^2 + (-0.087)^2 + (-0.095)^2 = 1.100$$

65

SOMMEREN OVER VARIABLEN

LOGGDP04

$$(0.701)^2 + (0.266)^2 + (0.200)^2 + (0.385)^2 + (0.457)^2 + (0.073)^2 + (-0.141)^2 + (0.110)^2 + (0.009)^2 + (-0.041)^2 + (-0.035)^2 + (0.004)^2 + (0.009)^2 = 1.000$$

AGRI04

$$(-0.799)^2 + (-0.284)^2 + (0.154)^2 + (0.468)^2 + (-0.063)^2 + (-0.111)^2 + (0.016)^2 + (-0.056)^2 + (-0.011)^2 + (0.037)^2 + (0.031)^2 + (0.077)^2 + (0.101)^2 = 1.000$$

SERV04

$$(0.796)^2 + (0.252)^2 + (-0.139)^2 + (-0.489)^2 + (0.061)^2 + (0.134)^2 + (-0.054)^2 + (0.024)^2 + (-0.001)^2 + (0.069)^2 + (0.022)^2 + (0.069)^2 + (0.097)^2 = 1.000$$

66

INTERPRETATIE

LOGGDP04	log gdp per capita	0.701	
AGRI04	employment in agriculture	-0.799	
SERV04	employment in services	0.796	
TELE04	number of television sets	0.849	
VEHIC04	number of motor vehicles	0.842	
LIFE04	life expectancy at birth	0.838	
PRIM04	primary school enrollment		-0.851
SECO4	secondary school enrollment	0.919	
TERT04	tertiary school enrollment	0.881	
ILLIT04	illiteracy rate in 2004	-0.820	
DEMO4	level of democracy	0.741	-0.611
POLRI04	political rights	-0.754	0.626
CIVLIB04	civil liberties	-0.763	0.599

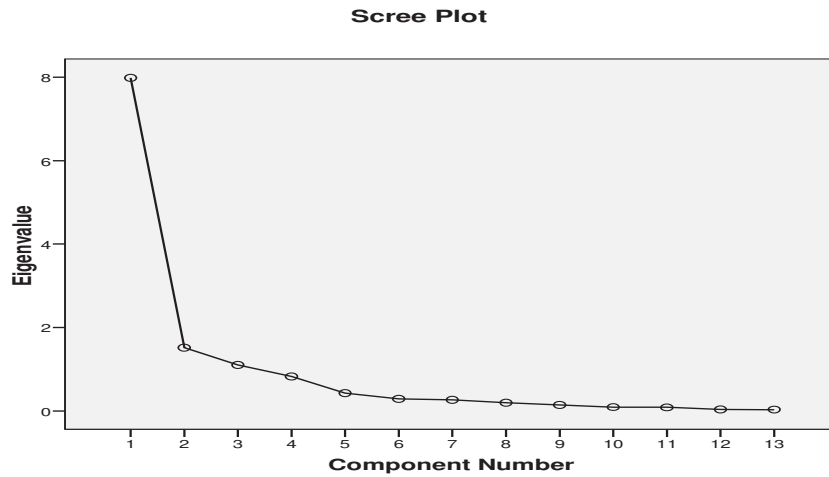
67

AANTAL PC TE WEERHOUDEN

- Theorie
- Eigenwaarde (bv. $\lambda > 1$)
- Scree plot
- Bartlett toets voor sfericiteit

68

SCREE PLOT



69

BARTLETT TOETS

- Variant op eerdere toets
- Toetst of eigenwaarden van resterende factoren allemaal gelijk zijn

$$\lambda_{R+1} = \lambda_{R+2} = \dots = \lambda_K$$

Waarbij R het aantal weerhouden factoren is

70

BARTLETT TOETS

$$\left(N - \frac{2K + 11}{6} \right) \left((K - R) \ln(\bar{\lambda}_{K-R}) - \sum_{i=R+1}^K \ln(\lambda_i) \right)$$

$$\bar{\lambda}_{K-R} = \frac{\sum_{i=R+1}^K \lambda_i}{K - R}$$

$$\chi^2 \text{ met df} = (1/2)(K - R + 2)(K - R - 1)$$

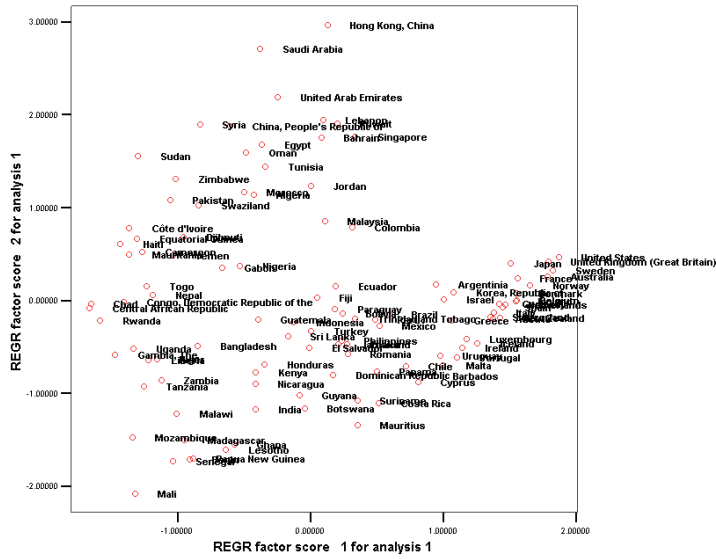
71

VOORBEELD

R	M(λ)	χ^2	df	p
1	0.418	811.0749	77	0.000
2	0.318	632.6752	65	0.000
3	0.240	468.4204	54	0.000
4	0.174	299.3304	44	0.000
5	0.142	224.9239	35	0.000
6	0.121	182.9332	27	0.000
7	0.097	126.204	20	0.000
8	0.078	83.04442	14	0.000
9	0.061	47.10184	9	0.000
10	0.051	31.98765	5	0.000
11	0.034	0.420486	2	0.810

72

VOORBEELD



24 & 31/03/2020

Factoranalyse

73

73

Hoofdc componenten- en Factoranalyse

FACTORANALYSE



24 & 31/03/2020

Factoranalyse

74

74

FACTOR ANALYSE

$$- R = R_c + U$$

$$\begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1K} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1K} & r_{2K} & \dots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^2 & r_{12} & \dots & r_{1K} \\ r_{12} & c_2^2 & \dots & r_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1K} & r_{2K} & \dots & c_K^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & u_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_K^2 \end{pmatrix}$$

$$- \text{Analyse gebeurt op } R_c$$

75

PRINCIPAL AXIS FACTORING: STAP 0

$$\text{Communaliteit: } c_i^2 = \sum_{j=1}^m l_{ij}^2$$

$$R_{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0.688 & 0.309 \\ 0.668 & 1 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 1 \end{pmatrix} \quad \lambda_{(0)} = \begin{pmatrix} 1.949 \\ 0.732 \\ 0.319 \end{pmatrix}$$

$$V_{1(0)} = \begin{pmatrix} 0.604 \\ 0.637 \\ 0.479 \end{pmatrix} \quad L_{1(0)} = \sqrt{1.949} V_{1(0)} = \begin{pmatrix} 0.844 \\ 0.889 \\ 0.668 \end{pmatrix}$$

76

PAF, STAP 1

$$c_{1(1)}^2 = r_{11(1)} = l_{11(0)}^2 = 0.844^2 = 0.712$$

$$c_{2(1)}^2 = r_{22(1)} = l_{21(0)}^2 = 0.889^2 = 0.791$$

$$c_{3(1)}^2 = r_{33(1)} = l_{31(0)}^2 = 0.668^2 = 0.447$$

$$R_{(1)} = \begin{pmatrix} 0.712 & 0.688 & 0.309 \\ 0.668 & 0.791 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 0.447 \end{pmatrix} \quad \lambda_{(1)} = \begin{pmatrix} 1.645 \\ 0.244 \\ 0.061 \end{pmatrix}$$

$$V_{1(1)} = \begin{pmatrix} 0.618 \\ 0.679 \\ 0.397 \end{pmatrix} \quad L_{1(1)} = \sqrt{1.645} V_{1(1)} = \begin{pmatrix} 0.792 \\ 0.871 \\ 0.509 \end{pmatrix}$$

77

PAF, STAP 31

$$c_{1(31)}^2 = r_{11(31)} = l_{11(30)}^2 = 0.495$$

$$c_{2(31)}^2 = r_{22(31)} = l_{21(30)}^2 = 0.900$$

$$c_{3(31)}^2 = r_{33(31)} = l_{31(30)}^2 = 0.195$$

$$R_{(31)} = \begin{pmatrix} 0.495 & 0.668 & 0.309 \\ 0.668 & 0.900 & 0.420 \\ 0.309 & 0.420 & 0.195 \end{pmatrix} \quad \lambda_{(31)} = \begin{pmatrix} 1.590 \\ 0.002 \\ -0.002 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = V_{1(31)} = \begin{pmatrix} 0.558 \\ 0.753 \\ 0.350 \end{pmatrix} \quad L_1 = L_{1(31)} = \sqrt{1.590} V_{1(31)} = \begin{pmatrix} 0.703 \\ 0.949 \\ 0.441 \end{pmatrix}$$

78

VOORBEELD: AIDS KENNIS

- VLO 2004-2005
- 3^{de} en 5^{de} jaar secundair onderwijs
- N = 11872
- 22 items



SPSS SYNTAXIS

```

FACTOR
/VARIABLES aiknow1 aiknow2 aiknow3 aiknow4 aiknow5 aiknow6 aiknow7 aiknow8 aik
now9 aiknow10 aiknow11 aiknow12 aiknow13
aiknow14 aiknow15 aiknow16 aiknow17 aiknow18 aiknow19 aiknow20 aiknow21 aiknow
22 /MISSING LISTWISE /ANALYSIS aiknow1
aiknow2 aiknow3 aiknow4 aiknow5 aiknow6 aiknow7 aiknow8 aiknow9 aiknow10 aikno
w11 aiknow12 aiknow13 aiknow14 aiknow15
aiknow16 aiknow17 aiknow18 aiknow19 aiknow20 aiknow21 aiknow22
/PRINT INITIAL CORRELATION EXTRACTION
/FORMAT SORT
/PLOT EIGEN
/CRITERIA MINEIGEN(1) ITERATE(25)
/EXTRACTION PAF
/ROTATION NOROTATE
/METHOD=CORRELATION .

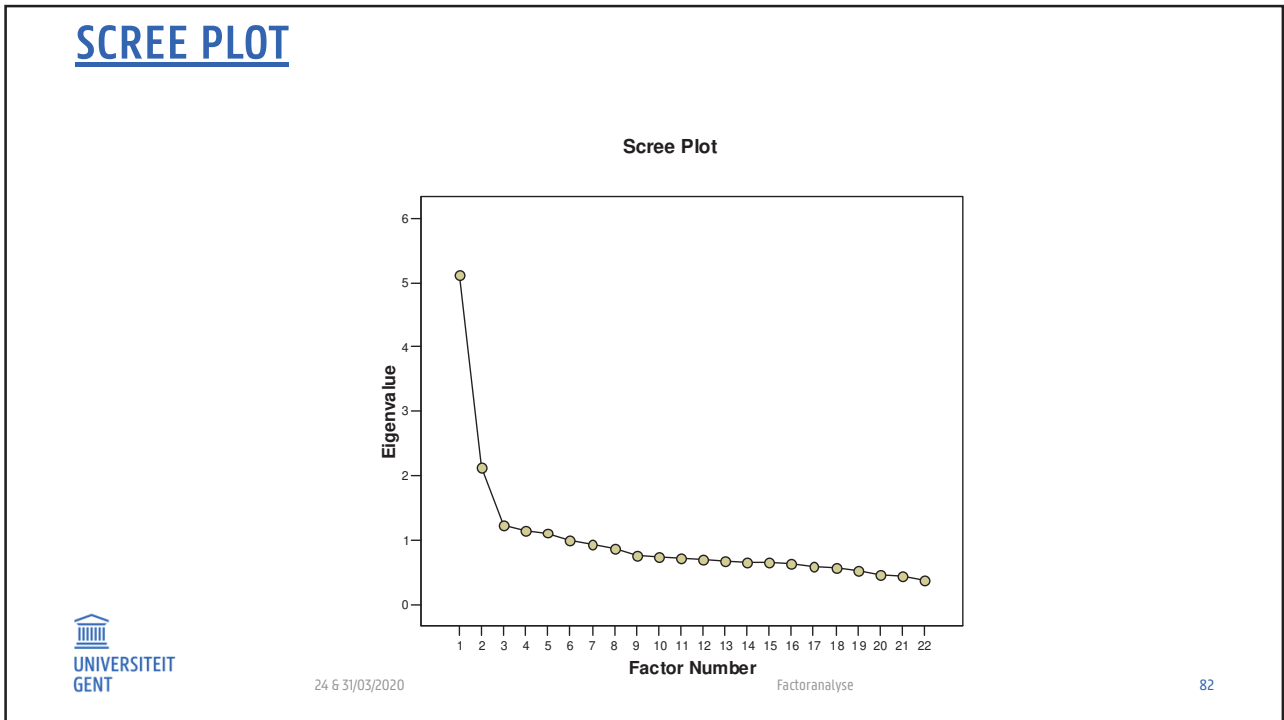
```

Total Variance Explained

Factor	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5.122	23.282	23.282	4.524	20.565	20.565
2	2.124	9.655	32.937	1.513	6.876	27.440
3	1.226	5.572	38.509	.635	2.889	30.329
4	1.149	5.225	43.734	.506	2.301	32.629
5	1.112	5.057	48.791	.390	1.774	34.403
6	.997	4.532	53.323			
7	.927	4.214	57.537			
8	.860	3.909	61.446			
9	.759	3.451	64.897			
10	.736	3.346	68.243			
11	.717	3.260	71.502			
12	.692	3.146	74.648			
13	.675	3.067	77.715			
14	.663	3.012	80.727			
15	.646	2.938	83.666			
16	.640	2.911	86.577			
17	.585	2.660	89.236			
18	.566	2.571	91.807			
19	.528	2.401	94.208			
20	.464	2.109	96.317			
21	.443	2.014	98.331			
22	.367	1.669	100.000			

Extraction Method: Principal Axis Factoring.

81



82

	1	2	3	4	5
aiknow9 je kan besmet woden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	-0.64	0.17	0.13	0.05	0.04
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	0.60	0.13	0.35	0.20	0.06
aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	0.57	0.32	-0.14	-0.25	0.15
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	-0.57	0.52	0.25	-0.18	-0.18
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	0.55	0.17	0.01	-0.02	-0.03
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	-0.52	0.20	-0.02	0.12	0.24
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	0.52	0.06	0.38	0.24	0.07
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	0.51	0.10	0.03	-0.02	0.02
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	-0.50	0.21	-0.03	0.13	0.30
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	0.49	0.23	-0.03	-0.11	0.08
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	0.49	0.27	-0.05	-0.21	0.16
aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je en grote kans op een AIDS-besmetting	-0.48	0.43	0.23	-0.19	-0.11
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	0.46	0.27	-0.13	-0.13	0.02
aiknow17 Personen met AIDs herken je aan hun uiterlijk	-0.44	0.15	-0.11	0.04	0.21
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.41	0.23	0.02	0.13	-0.03
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een AIDS-besmetting	0.41	0.31	-0.04	0.14	-0.10
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	-0.37	0.32	0.07	-0.01	-0.05
aiknow19 Er bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	-0.35	0.13	-0.06	0.06	0.04
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	-0.02	0.35	-0.30	0.28	-0.18
aiknow3 Je kan besmet worden met AIDS door bloed te geven	-0.04	0.30	-0.27	0.17	-0.15
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.22	0.24	0.02	0.17	0.08
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	-0.07	0.14	-0.11	-0.01	0.08

Hoofdc componenten- en Factoranalyse

ROTATIE

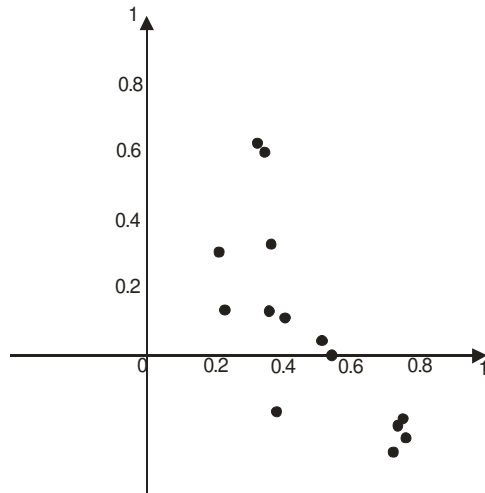
84

ONGEDETERMINEERDHEID VAN FACTOROPLOSSING

- Geen unieke oplossingen
- Te veel te schatten parameters met te weinig informatie
- Gevolg: men kan naar alternatieve equivalente oplossing gaan zoeken
- → rotaties

85

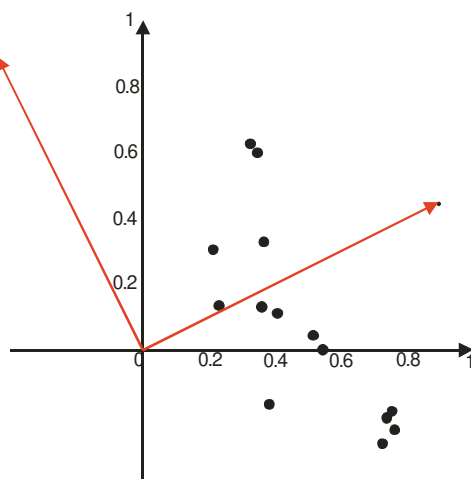
ROTATIE



- kan interpretatie vereenvoudigen
- soorten
 - orthogonale
 - Varimax
 - Quartimax
 - Equimax
 - Oblique

86

VARIMAX ROTATIE



- maximaliseert variantie van ladingen over factoren

$$V_j = \frac{K \sum_{i=1}^K l_{ij}^4 - \left(\sum_{i=1}^K l_{ij}^2 \right)^2}{K^2}$$

$$V = \sum_{j=1}^P V_j = \frac{\sum_{j=1}^P \left(K \sum_{i=1}^K l_{ij}^4 - \left(\sum_{i=1}^K l_{ij}^2 \right)^2 \right)}{K^2}$$

87

aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	0.71	-0.10	-0.08	0.11	0.05
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	0.60	-0.06	-0.06	0.14	-0.01
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	0.52	-0.07	-0.11	0.11	0.14
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	0.50	-0.09	-0.11	0.20	0.04
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	0.43	-0.12	-0.23	0.27	0.08
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	0.37	-0.16	-0.20	0.25	0.01
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een aids-besmetting	0.32	-0.03	-0.14	0.30	0.29
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	-0.11	0.81	0.20	-0.10	0.09
aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je en grote kans op een AIDS-besmetting	-0.07	0.68	0.19	-0.09	0.02
aiknow9 je kan besmet woden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	-0.36	0.43	0.37	-0.11	0.00
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	-0.10	0.42	0.22	-0.05	0.12
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	-0.19	0.20	0.57	-0.05	0.04
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	-0.22	0.24	0.52	-0.07	0.05
aiknow17 Personen met AIDs herken je aan hun uiterlijk	-0.15	0.17	0.45	-0.16	0.05
aiknow19 Ers bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	-0.17	0.18	0.26	-0.11	0.10
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	0.08	0.05	0.16	-0.05	0.09
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	0.28	-0.11	-0.22	0.63	-0.07
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	0.17	-0.12	-0.19	0.62	-0.11
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.29	-0.07	-0.13	0.32	0.18
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.18	-0.02	0.06	0.28	0.15
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	0.04	0.06	0.09	0.04	0.56
aiknow3 Je kan besmet worden met AODS door bloed te geven	0.06	0.07	0.08	-0.02	0.45

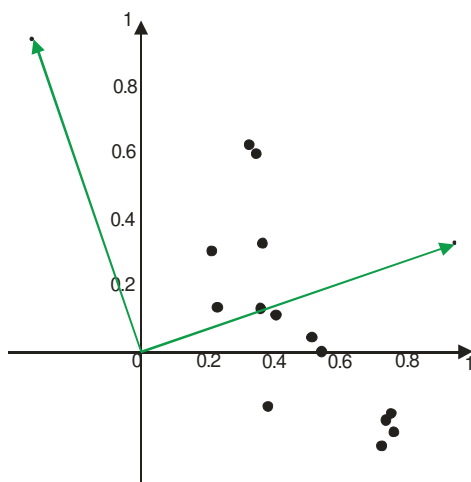
24 & 31/03/2020

Factoranalyse

88

88

QUARTIMAX ROTATIE



24 & 31/03/2020

- maximaliseert variantie ladingen over waargenomen variabelen

$$q_i = \frac{\sum_{j=1}^p (l_{ij}^4) - \left(\sum_{j=1}^p l_{ij}^2 \right)^2}{p^2}$$

$$Q = \sum_{i=1}^K q_i = \frac{\sum_{i=1}^K \left(\sum_{j=1}^p (l_{ij}^4) - \left(\sum_{j=1}^p l_{ij}^2 \right)^2 \right)}{p^2}$$

Factoranalyse

89

89

	1	2	3	4	5
aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	0.69	-0.01	0.12	-0.02	-0.20
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	0.59	0.02	0.11	-0.07	-0.12
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	0.57	-0.05	-0.12	-0.10	0.43
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	0.56	-0.06	-0.10	0.03	0.04
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	0.56	-0.02	0.04	-0.01	-0.04
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	0.54	0.00	0.04	0.08	-0.12
aiknow9 je kan besmet worden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	-0.50	0.38	0.23	0.04	0.08
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	0.50	-0.10	-0.08	-0.02	0.05
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een AIDS-besmetting	0.47	0.03	-0.04	0.26	0.12
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.44	-0.01	-0.03	0.14	0.15
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.27	0.02	0.12	0.14	0.18
aiknow19 Er bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	-0.27	0.16	0.19	0.12	-0.01
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	-0.28	0.79	0.12	0.10	-0.03
aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je een grote kans op een AIDS-besmetting	-0.23	0.66	0.13	0.03	-0.04
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	-0.20	0.40	0.16	0.13	0.01
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	-0.36	0.19	0.48	0.06	0.09
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	-0.37	0.22	0.43	0.07	0.07
aiknow17 Personen met AIDS herken je aan hun uiterlijk	-0.32	0.15	0.38	0.07	-0.04
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	0.01	0.06	0.17	0.09	-0.07
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	0.07	0.07	0.10	0.55	0.01
aiknow3 Je kan besmet worden met AIDS door bloed te geven	0.05	0.08	0.10	0.44	-0.05
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	0.46	-0.07	-0.13	-0.13	0.47

24 & 31/03/2020

Factoranalyse

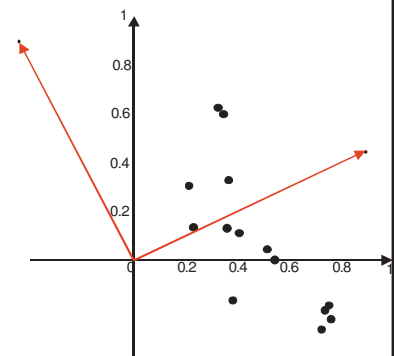
90

90

EQUIMAX ROTATIE

— combinatie van Varimax en Quartimax

$$E = \sum_{j=1}^p \left(\left(\sum_{i=1}^K l_{ij}^2 \right)^2 - \frac{p}{2} \frac{\left(\sum_{i=1}^K l_{ij}^2 \right)^2}{K} \right)$$



91

	1	2	3	4	5
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	0.82	-0.07	-0.10	0.17	0.09
aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je en grote kans op een AIDS-besmetting	0.69	-0.03	-0.09	0.16	0.02
aiknow9 je kan besmet woden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	0.45	-0.31	-0.15	0.37	-0.01
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	0.43	-0.08	-0.06	0.20	0.13
aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	-0.13	0.68	0.19	-0.11	0.10
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	-0.09	0.57	0.21	-0.08	0.03
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	-0.09	0.48	0.17	-0.14	0.17
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	-0.11	0.46	0.25	-0.13	0.07
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	-0.15	0.37	0.31	-0.25	0.10
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	-0.18	0.33	0.29	-0.22	0.03
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	-0.14	0.20	0.66	-0.22	-0.05
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	-0.14	0.10	0.63	-0.19	-0.10
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	-0.09	0.23	0.35	-0.14	0.19
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een aids-besmetting	-0.05	0.25	0.33	-0.16	0.31
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	-0.03	0.14	0.30	0.05	0.17
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	0.23	-0.15	-0.08	0.57	0.05
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	0.26	-0.17	-0.10	0.52	0.05
aiknow17 Personen met AIDs herken je aan hun uiterlijk	0.19	-0.10	-0.17	0.44	0.06
aiknow19 Er bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	0.20	-0.14	-0.13	0.25	0.09
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	0.05	0.09	-0.04	0.14	0.11
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	0.06	0.00	0.04	0.06	0.56
aiknow3 Je kan besmet worden met AODS door bloed te geven	0.07	0.03	-0.02	0.06	0.46

24 & 31/03/2020

Factoranalyse

92

92

OBLIQUE ROTATIE

- transformatie $LT = A$
- Oblimin

$$B = \sum_{l=1}^P \sum_{j=1}^{l-1} \left(K \sum_{i=1}^K a_{ij}^2 a_{ik}^2 - \gamma \sum_{i=1}^K a_{ij}^2 \sum_{i=1}^K a_{ik}^2 \right)$$

- γ maat voor toegelaten non-orthogonaliteit

93

aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	0.73	-0.25	-0.17	0.35	-0.23
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	0.61	-0.19	-0.10	0.34	-0.19
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	0.55	-0.18	-0.22	0.30	-0.21
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	0.54	-0.22	-0.13	0.37	-0.23
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	0.50	-0.28	-0.13	0.44	-0.35
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	0.44	-0.30	-0.06	0.40	-0.33
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	-0.21	0.85	-0.15	-0.23	0.43
aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je en grote kans op een AIDS-besmetting	-0.16	0.71	-0.08	-0.20	0.37
aiknow9 je kan besmet woden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	-0.44	0.58	-0.01	-0.33	0.53
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	-0.15	0.48	-0.16	-0.16	0.34
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	0.10	0.12	-0.57	0.04	0.16
aiknow3 Je kan besmet worden met AODS door bloed te geven	0.09	0.12	-0.46	-0.01	0.15
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	0.40	-0.30	0.01	0.72	-0.38
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	0.29	-0.28	0.06	0.67	-0.34
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.38	-0.18	-0.23	0.42	-0.21
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een aids-besmetting	0.41	-0.13	-0.34	0.42	-0.20
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.24	-0.05	-0.21	0.31	0.00
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	-0.26	0.40	-0.09	-0.24	0.62
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	-0.29	0.43	-0.09	-0.25	0.60
aiknow17 Personen met AIDS herken je aan hun uiterlijk	-0.22	0.33	-0.09	-0.29	0.51
aiknow19 Er bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	-0.21	0.30	-0.10	-0.22	0.34
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	Factoran	0.06	0.09	-0.13	-0.05

94

94

Factor Correlation Matrix

Factor	1	2	3	4	5
1	1.000	-.294	-.293	.490	-.286
2	-.294	1.000	-.161	-.306	.563
3	-.293	-.161	1.000	-.114	-.229
4	.490	-.306	-.114	1.000	-.381
5	-.286	.563	-.229	-.381	1.000

Extraction Method: Principal Axis Factoring.
Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

95

FACTORScores

- Indexen
- Ladingen
- Regressiemethode

MEERVOUDIGE REGRESSIE

$$\hat{Y} = XB$$

$$B = (X'X)^{-1} (X'Y)$$

- Bij factoranalyse (op correlatiematrix)

$$X'X = MR$$

$$X'Y = M$$

en dus

$$B = R^{-1}L$$

REGRESSIEMETHODE

$$\hat{Y} = \mathbf{X}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{L}$$

$$Y_{ij} = \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \dots + \beta_K x_{iK}$$

- gemiddelde $\mathbf{Y} = \mathbf{0}$
- $\text{Var}(\mathbf{Y}) = \mathbf{1}$
- $\text{Covar}(Y_i, Y_j) = 0$

98

aiknow1 Als je iemand met AIDS op de mond kust heb je en grote kans op een AIDS-besmetting	0.06	0.29	-0.03	0.00	-0.06
aiknow2 Aids zich kan verspreiden door een spuit te delen met een drugsgebruiker die aids heeft	0.10	0.02	-0.05	0.05	0.04
aiknow3 Je kan besmet worden met AODS door bloed te geven	-0.01	-0.01	0.01	-0.02	0.28
aiknow4 Er bestaat een grote kans dat aids zich kan verspreiden door een glas water delen met iemand die aids heeft	0.07	0.64	-0.13	0.02	0.01
aiknow5 er bestaat een grote kans dat je aids kan krijgen van een toiletbril	0.01	0.09	0.03	0.02	0.05
aiknow6 aids kan zich verspreiden als een mans seks heeft met een vrouw die besmet is met aids	0.40	0.01	0.11	-0.12	-0.04
aiknow7 aids kan zich verspreiden als een man seks heeft met een andere man die besmet is met AIDS	0.25	0.03	0.08	-0.04	-0.07
aiknow8 Als een zwangere vrouw besmet is met aids kan ze de ziekte doorgeven aan haar ongeboren kind	0.17	0.02	0.03	0.01	-0.01
aiknow9 je kan besmet woden met aids door iemand met aids een handdruk te geven	-0.08	0.10	0.14	0.07	-0.03
aiknow10 Een vrouw wordt besmet met aids als ze seks heeft met een man die aids heeft	0.17	0.02	0.01	-0.05	0.06
aiknow11 De kans op een Aids-besmetting is kleiner als je jezelf uitgebreid wast na de seks	-0.01	-0.03	0.29	0.07	0.00
aiknow12 door een condoom te gebruiken kan je de kans op een aids-besmetting verkleinen	0.08	0.00	-0.03	0.05	0.00
aiknow13 Er bestaat een grote kans dat je AIDS krijgt door een bloedtransfusie	-0.04	-0.03	0.01	0.02	0.41
aiknow14 Prostituees hebben een grotere kans op een aids-besmetting	0.03	0.02	-0.03	0.11	0.19
aiknow15 Gezonde voeding helpt je te beschermen tegen een AIDS-besmetting	0.01	-0.06	0.36	0.09	-0.02
aiknow16 Meerdere sekspartners hebben, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.03	0.01	-0.01	0.11	0.10
aiknow17 Personen met AIDS herken je aan hun uiterlijk	0.03	-0.04	0.23	-0.01	0.01
aiknow18 Alle mensen met AIDS sterven aan deze ziekte	0.04	-0.01	0.07	-0.02	0.03
aiknow19 Ers bestaan medicijnen die AIDS-patiënten genezen	-0.02	0.00	0.07	0.00	0.04
aiknow20 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en je toch niet ziek voelen	-0.08	0.03	-0.01	0.39	-0.10
aiknow21 Je kan besmet zijn met het AIDS-virus en het verspreiden zonder dat je weet dat je ziek bent	-0.03	0.05	-0.01	0.42	-0.09
aiknow22 Seks met iemand die drugs spuit, vergroot de kans op een AIDS-besmetting	0.02	-0.01	0.08	0.11	0.07

99

PROBLEMEN STANDAARD REGRESSIEMETHODE

- Werkt goed bij hoofdcomponentenmethode (zonder rotatie of met orthogonale rotatie)
- Niet goed met factoranalyse
- Niet goed met oblique rotatie
- Geschatte factorvariabelen zijn dan niet gestandaardiseerd en hebben niet dezelfde correlaties als de factoren

100

OPLOSSING: ANDERSON-RUBIN

- Anderson-Rubin method

$$\hat{Y} = XU^{-2}L(L'U^{-2}RU^{-2}L)^{-\frac{1}{2}}$$

Waarbij $U^2 = R - \hat{R} = R - LL'$

- En de factorscore coëfficiënten:

$$B = U^{-2}L(L'U^{-2}RU^{-2}L)^{-\frac{1}{2}}$$

101

Hoofdcomponenten- en factoranalyse

OEFENINGEN

102

BURGERSCHAP

- Extractiemethode?
- Rotatie?
- Aantal dimensies + verklaarde variantie?
- Interpretatie dimensies?
- Subscales in verder onderzoek?

103

1. EXTRACTIEMETHODE

– Principal axis factoring

	Communalities	
	Initial	Extraction
Good citizen: Always vote in elections	,207	,349
Good citizen: Never try to evade taxes	,336	,501
Good citizen: Always obey laws	,368	,649
Good citizen: Keep watch on government	,208	,325
Good citizen: Active in associations	,197	,311
Good citizen: Understand other opinions	,223	,254
Good citizen: Choose products environmt	,243	,296
Good citizen: Help less privileged-ctry	,495	,634
Good citizen: Help less privileged-wrld	,521	,717
Good citizen: Serve in the military	,049	,047

Extraction Method: Principal Axis Factoring.

104

2. ROTATIE

- Zorgt ervoor dat lading van elke var op één van factoren gemaximaliseerd wordt terwijl lading op anderen geminimaliseerd
- Oblimin → correlatie tussen factoren

Factor Correlation Matrix			
Factor	1	2	3
1	1,000	,224	,530
2	,224	1,000	,341
3	,530	,341	1,000

Extraction Method: Principal Axis Factoring.
Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

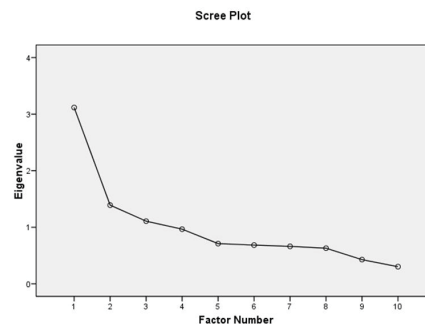
105

3. AANTAL DIMENSIES + VERKLAARDE VARIANTIE

Total Variance Explained									
Factor	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings ^a		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3,117	31,167	31,167	2,594	25,939	25,939	2,195		
2	1,391	13,908	45,075	,955	9,550	35,489	1,438		
3	1,108	11,078	56,152	,534	5,338	40,827	1,845		
4	,966	9,663	65,816						
5	,711	7,106	72,922						
6	,685	6,847	79,769						
7	,662	6,625	86,394						
8	,630	6,300	92,693						
9	,428	4,279	96,973						
10	,303	3,027	100,000						

Extraction Method: Principal Axis Factoring.

a. When factors are correlated, sums of squared loadings cannot be added to obtain a total variance.



106

- Voor extractie: evenveel factoren als variabelen
- Na extractie: default eigenwaarden > 1
 - 1^e factor: 28.94% van totale variantie
 - 2^e factor: 9.55% van totale variantie
 - 3^e factor: 5.34% van totale variantie
- Samen 40.83%

107

- Na rotatie:
 - 1^e factor: 21.95% (2.195/10)
 - 2^e factor: 14.83% (1.483/10)
 - 3^e factor: 18.45% (1.845/10)
- samen: 55.23% > 40.83% door gedeelde variantie

108

4. INTERPRETATIE DIMENSIE

- Structuurmatrix: houdt rekening met correlaties tussen factoren

	Structure Matrix		
	Factor		
	1	2	3
Good citizen: Always vote in elections	,262	,253	,585
Good citizen: Never try to evade taxes	,186	,707	,254
Good citizen: Always obey laws	,232	,803	,332
Good citizen: Keep watch on government	,272	,270	,563
Good citizen: Active in associations	,362	,059	,532
Good citizen: Understand other opinions	,471	,182	,399
Good citizen: Choose products environmt	,497	,156	,450
Good citizen: Help less privileged-ctry	,791	,223	,370
Good citizen: Help less privileged-wrld	,846	,182	,430
Good citizen: Serve in the military	,149	,112	,208

Extraction Method: Principal Axis Factoring.
Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

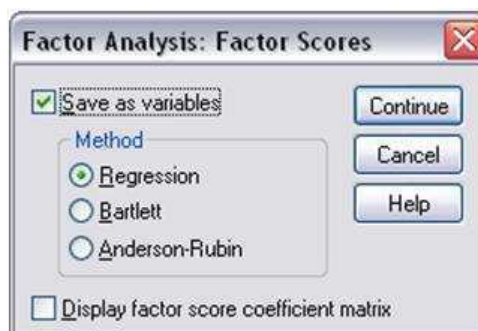
109

- Zoek variabelen die hoog scoren op factoren + geef er inhoudelijke betekenis aan:
 - Wereldburgerschap: item 8 + item 9
 - Naleven van plichten: item 2 + item 3
 - Actief politiek burgerschap: item 1 + item 4 + item 5

110

5. SUBSCHALEN VERDER ONDERZOEK

- Factorscores voor elk individu opslaan in dataset



111

VOORBEELDARTIKEL

- Abdel-Khalek, A. (2007). "Love of life as a new construct in the well-being domain." *Social Behavior and Personality* 35 (1), 125-134

112

VRAAGJES

- Welke schaal wordt hier aangemaakt?
- Aan welke respondenten wordt schaal voorgelegd?
- Tabel 1:
 - Rotatiemethode
 - Grenswaarde betekenisvolle factorlading
 - Hoeveel dimensies + verklaarde variantie
 - Interpretatie factoren

113

1. WELKE SCHAAL

- Love of life = algemene positieve attitude tov leven
- 5-punt likertschalen

114

2. RESPONDENTEN

- Steekproef van 93 mannelijke en 93 vrouwelijke Egyptische vrijwillige undergraduates
- Gemiddelde leeftijd van 21.56 en 20.35
- Anoniem en in groepssessies ingevuld

115

3. TABEL 1

TABLE 1
THE FIRST UNROTATED FACTOR AND THE THREE OBLIQUE (OBLIMIN) FACTOR LOADINGS (> .5) OF
THE LOVE OF LIFE SCALE IN MALES AND FEMALES (N=186)

Love of Life Scale (LLS) Items	Unrotated	Oblique Factors		
		1	2	3
1. Life is full of pleasures.	.61	.91	.02	.26
2. There are many things that make me love life.	.72	.77	.06	.02
3. Love of life adds to its beauty.	.59	.08	.83	.12
4. Life deserves to be loved.	.69	.53	.34	.01
5. Love of life makes me happy.	.65	.07	.88	.08
6. Life seems beautiful and wonderful to me.	.77	.73	.20	.01
7. I look at life from its beautiful side.	.54	.52	.04	.18
8. Love of life gives me hope.	.77	.14	.65	.25
9. I would like to have a long life to achieve what I hope for.	.51	.06	.12	.60
10. Love of life brings me satisfaction.	.75	.02	.80	.22
11. Life is a treasure we should guard.	.65	.04	.33	.53
12. Life is beautifully meaningful.	.58	.67	.08	.01
13. Life is a blessing whose value we should appreciate.	.66	.02	.20	.77
14. I realize that my existence in this life has great meaning.	.51	.21	.25	.73
15. I always have a wonderful feeling of loving life.	.76	.52	.18	.29
16. I like to be optimistic about life.	.60	.51	.06	.31
Eigenvalue	6.85	3.71	3.38	2.65
% of Variance	42.82	23.17	21.11	16.53

Factor 1 (items: 1, 2, 4, 6, 7, 12, 15, and 16): Positive attitude towards life.

Factor 2 (items: 3, 5, 8, and 10): Happy consequences of love of life.

Factor 3 (items: 9, 11, 13, and 14): Meaningfulness of life.

116

- Rotatiemethode: oblique
- Grenswaarde betekenisvolle factorlading: >.50
- Aantal dimensies + verklaarde variantie → 3 dimensies die samen 42.82% van de variantie verklaren
 - 1^e dimensie: 23.17%
 - 2^e dimensie: 21.11%
 - 3^e dimensie: 16.53%

117

- Interpretatie factoren:
 - 1^e factor: positive attitude towards life
 - 2^e factor: happy consequences of love of life
 - 3^e factor: meaningfulness of life